

## La determinazione dell'ordine di un filtro passa basso alla Butterworth in base alle specifiche

Determinare l'ordine  $n$  di un filtro passa basso alla Butterworth, con pulsazione di taglio  $\omega_H$ , in grado di fornire, per una pulsazione data  $\omega_\alpha$ , un'attenuazione relativa pari ad  $\alpha$ .

### Svolgimento

Per un filtro passa basso con l'approssimazione di Butterworth il modulo della funzione di trasferimento è dato da:

$$|A(j\omega)| = \frac{|A_0|}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_H}\right)^{2n}}}$$

Dove  $|A_0|$  è il guadagno in banda passante.

Dobbiamo determinare l'ordine del filtro che presenti un'attenuazione  $\alpha$  alla pulsazione  $\omega_\alpha$  quindi deve essere:

$$\frac{|A(j\omega_\alpha)|}{|A_0|} = \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_\alpha}{\omega_H}\right)^{2n}}}$$

Con  $\alpha < 0$ . Possiamo scrivere:

$$20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_\alpha}{\omega_H}\right)^{2n}}} = \alpha$$

$$-20 \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_\alpha}{\omega_H}\right)^{2n}} = \alpha$$

$$-10 \log \left[ 1 + \left(\frac{\omega_\alpha}{\omega_H}\right)^{2n} \right] = \alpha$$

$$\log \left[ 1 + \left(\frac{\omega_\alpha}{\omega_H}\right)^{2n} \right] = \frac{|\alpha|}{10}$$

$$1 + \left(\frac{\omega_\alpha}{\omega_H}\right)^{2n} = 10^{\frac{|\alpha|}{10}}$$

$$\left(\frac{\omega_\alpha}{\omega_H}\right)^{2n} = 10^{\frac{|\alpha|}{10}} - 1$$

Applichiamo il logaritmo in base 10 ad ambo i membri:

$$\log \left(\frac{\omega_\alpha}{\omega_H}\right)^{2n} = \log \left(10^{\frac{|\alpha|}{10}} - 1\right)$$

$$2n \log \frac{\omega_\alpha}{\omega_H} = \log \left(10^{\frac{|\alpha|}{10}} - 1\right)$$

Possiamo determinare il grado del filtro:

$$n = \frac{\log\left(10^{\frac{|\alpha|}{10}} - 1\right)}{2 \log \frac{\omega_\alpha}{\omega_H}}$$

Il grado  $n$  va arrotondato al numero intero immediatamente superiore.

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales