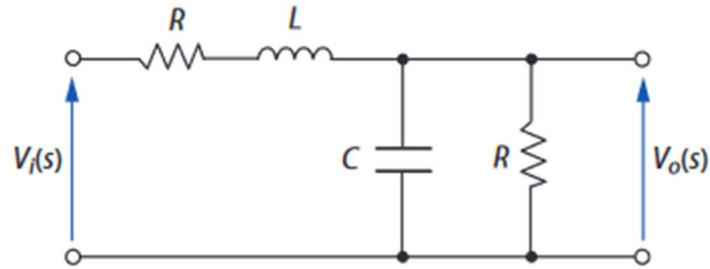


Quesito 4

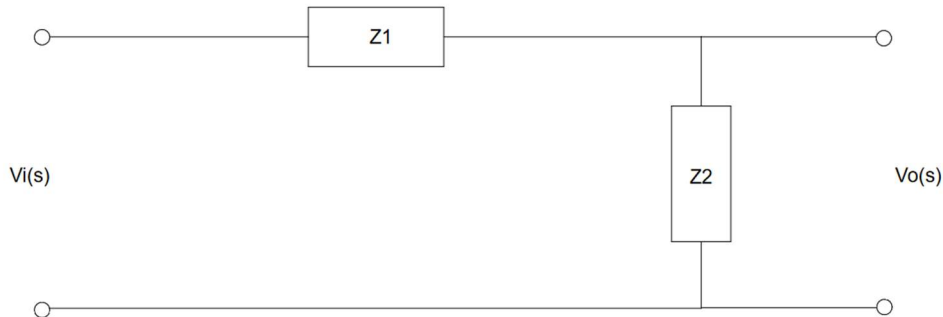
Si consideri il sistema elettrico riportato nella figura seguente:



Il candidato, dopo aver ricavato la funzione di trasferimento del sistema $V_o(s)/V_i(s)$ e calcolato i valori degli zeri e dei poli, ne fornisca l'andamento della risposta in frequenza nell'ipotesi che i componenti della rete elettrica abbiano tutti valore unitario.

Svolgimento

Lo schema proposto presenta una serie R-L ed un parallelo R//C.



Dove:

$$Z_1 = R + sL$$

$$Z_2 = \frac{\frac{1}{sC} R}{\frac{1}{sC} + R} = \frac{\frac{R}{sC}}{\frac{1 + sRC}{sC}} = \frac{R}{1 + sRC}$$

La funzione di trasferimento si trova applicando la formula del partitore di tensione:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Sostituendo le relazioni ricavate precedentemente si ha:

$$\begin{aligned} \frac{V_o(s)}{V_i(s)} &= \frac{\frac{R}{1 + sRC}}{R + sL + \frac{R}{1 + sRC}} = \frac{\frac{R}{1 + sRC}}{\frac{(R + sL)(1 + sRC) + R}{1 + sRC}} = \\ &= \frac{R}{R + sR^2C + sL + s^2RLC + R} = \frac{R}{s^2RLC + s(R^2C + L) + 2L} \end{aligned}$$

I componenti hanno tutti valore unitario quindi:

$$R = 1\Omega \quad L = 1H \quad C = 1F$$

Sostituendo si ottiene:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{s^2 + 2s + 2}$$

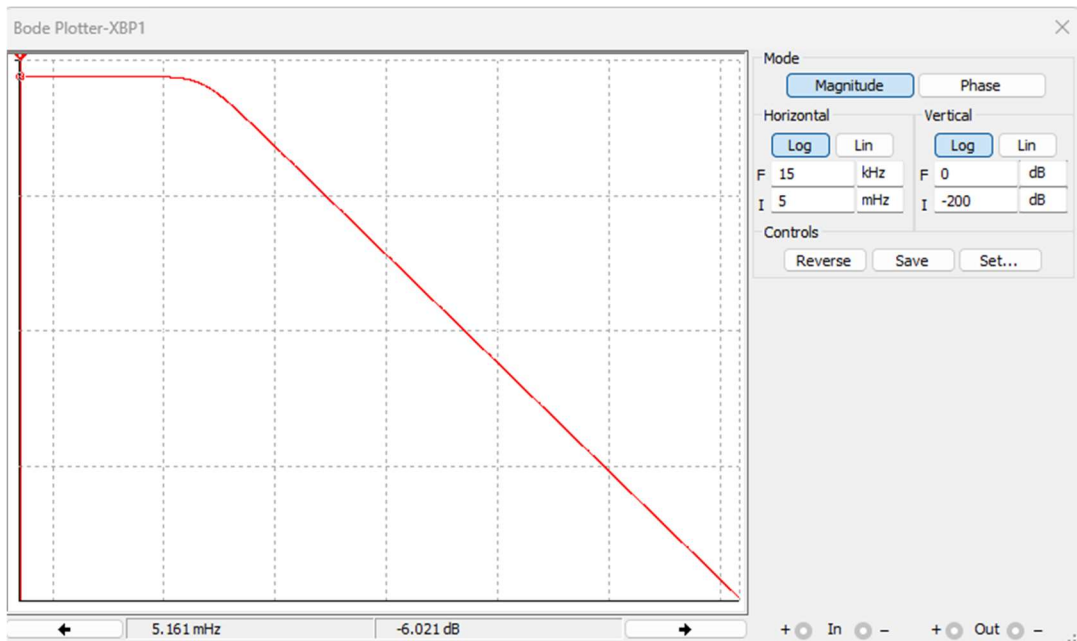
Il sistema non presenta zeri. Calcoliamo i poli risolvendo l'equazione:

$$s^2 + 2s + 2 = 0$$

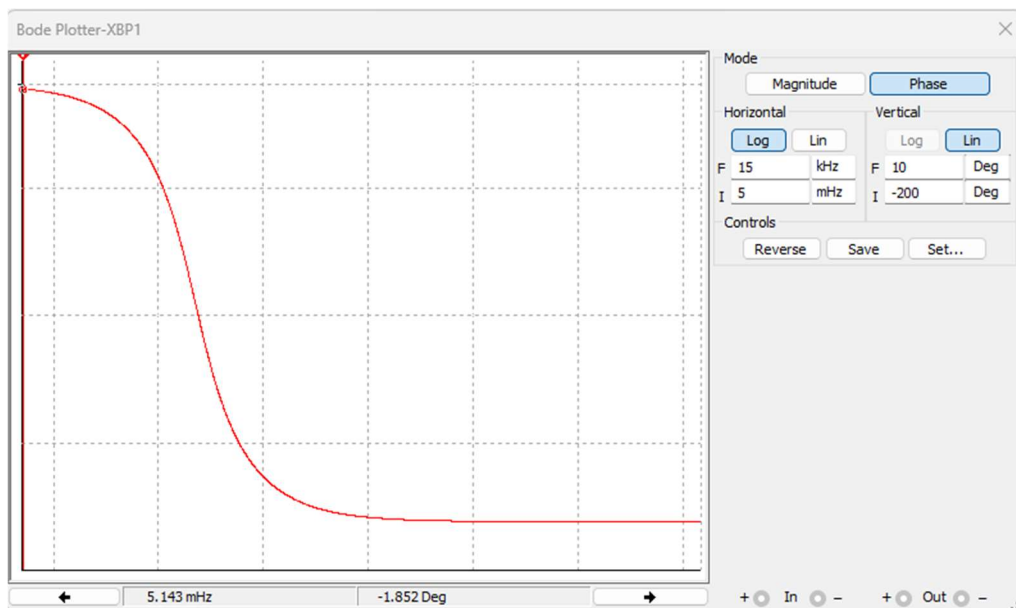
$$s_{1-2} = -1 \pm \sqrt{1-2} = -1 \pm \sqrt{-1} = -1 \pm j$$

Il sistema ha due poli complessi coniugati con parte reale negativa e, quindi, è asintoticamente stabile.

Di seguito si riportano i diagrammi di Bode dell'ampiezza:



E della fase:



Ottenuti con Multisim.

È un sistema del secondo ordine, infatti la sua funzione di trasferimento ha la seguente forma:

$$G(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + 2\delta \frac{s}{\omega_n} + 1} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Dove:

ω_n^2 è la *pulsazione naturale* e δ è il *fattore di smorzamento*

Nel caso in esame:

$$\omega_n = \sqrt{2} \quad e \quad \delta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales