

Esercizio 2

Dato un numero intero n , con $0 < n < 15$ in forma binaria, si vuole realizzare un circuito logico che sia in grado di segnalare, tramite l'accensione di un diodo LED, la presenza nelle configurazioni d'ingresso di un numero primo.

Svolgimento

Il circuito logico deve presentare il livello alto in uscita quando in ingresso c'è un numero primo.

Scriviamo la tabella di verità:

N	A	B	C	D	X
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

La relazione booleana ingresso-uscita si trova nel seguente modo¹:

- considero solo le righe che hanno l'uscita $X=1$;
- faccio l'AND degli ingressi prendendo il simbolo negato se uguale a 0;
- faccio l'OR di tutte le righe considerate.

Ecco cosa si ottiene:

$$X = \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}BCD + A\bar{B}C\bar{D} + ABC\bar{D}$$

Sono 7 addendi. Per semplificare questa espressione booleana utilizzo la mappa di Karneugh. Ho scritto i valori assunti dalla funzione booleana nella tabella che rappresenta la mappa di Karneugh (le "coordinate", colorate di verde in figura, sono ordinate in modo che cambi una sola variabile alla volta).

¹ Ho scelto di fare la somma di prodotti quindi uso i minterm.

AB	CD	00	01	11	10
00		0	1	1	1
01		0	1	1	0
11		0	1	0	0
10		0	0	1	0

Scelgo di usare i minterm e, quindi, faccio una somma di prodotti.

Considero solo le caselle con valore 1 e faccio una serie di AND e OR “raggruppando” le celle che contengono 1. Posso raggruppare solo celle adiacenti e devo prenderle sempre in numero pari a potenze di 2. Tutti gli 1 devono fare parte di almeno un gruppo.

Il primo raggruppamento è quello in rosa in figura. Per costruire l’addendo osservo che il primo 1 ha coordinate 0101 ed il secondo 1101 quindi A varia, B resta sempre 1, C resta sempre 0 e D resta sempre 1. L’addendo associato a questo raggruppamento vale $B\bar{C}D$. Infatti prendo solo la variabili che non cambiano non complementate se valgono 1 (B e D) complementate se valgono 0 (C).

Considero adesso il raggruppamento in azzurro:

AB	CD	00	01	11	10
00		0	1	1	1
01		0	1	1	0
11		0	1	0	0
10		0	0	1	0

Procedo come prima.

Coordinate dei termini del raggruppamento: 0001, 0011, 0101, 0111. Osservo che A resta sempre 0 e D resta sempre 1 quindi il secondo addendo è $\bar{A}D$.

Terzo raggruppamento:

AB	CD	00	01	11	10
00		0	1	1	1
01		0	1	1	0
11		0	1	0	0
10		0	0	1	0

Coordinate: 0011, 0010. Restano fissi A, B e C. Quarto addendo: $\bar{A}\bar{B}C$

Ultimo raggruppamento:

AB	CD	00	01	11	10
00		0	1	1	1
01		0	1	1	0
11		0	1	0	0
10		0	0	1	0

Coordinate: 0011, 1011. Restano fissi B, C e D. Addendo: $\bar{B}CD$.

Quindi:

$$X = B\bar{C}D + \bar{A}D + \bar{A}\bar{B}C + \bar{B}CD$$

Schema:

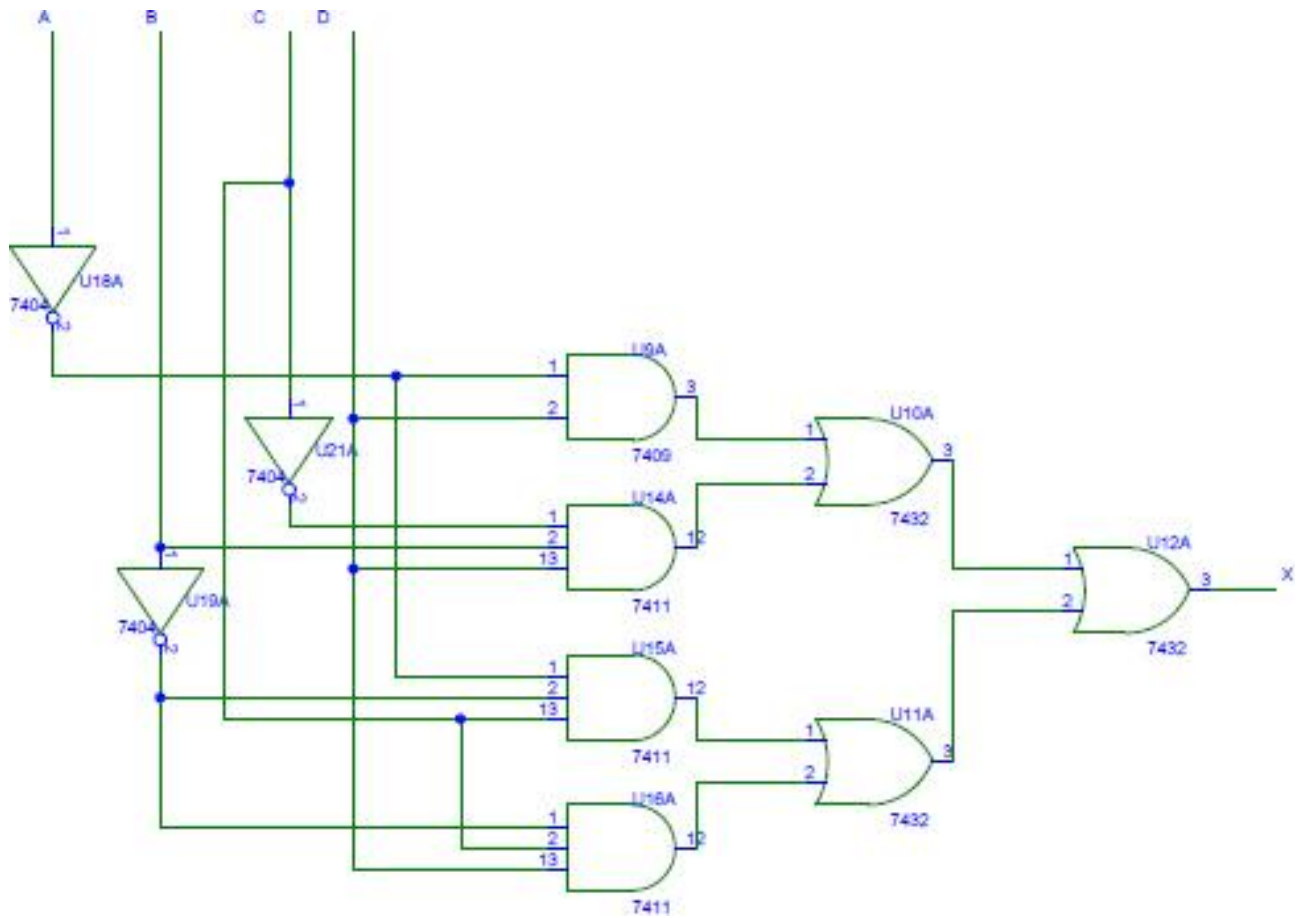


Figura 1 Lo schema.

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales