Esercizio 4

Progettare un sistema che rilevi la parità di una stringa di tre bit: l'uscita deve valere 1 se in ingresso sono presenti un numero pari di 1.

Svolgimento

Per la realizzazione di questo sistema si usa il PLC Logo 8 di Siemens.
Sono necessari 3 ingressi ed un'uscita:
Tavola di verità:

Ingressi			Uscita
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Se consideriamo i casi in cui l'uscita vale 1 (min termini) si scrive la funzione logica come somma di prodotti:

$$Y = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C}$$

Per la realizzazione di questa funzione sono necessarie 3 porte NOT, 3 porte AND a 3 ingressi ed una porta OR a 3 ingressi secondo lo schema seguente:

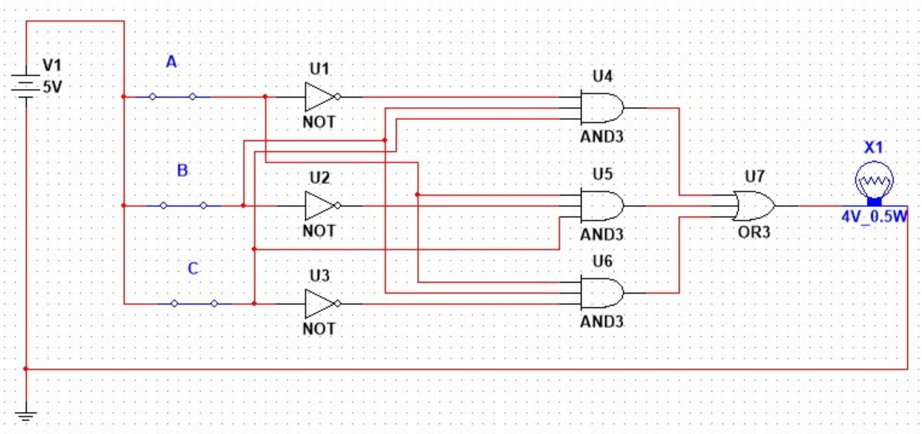

Figura 1 Schema con porte logiche.

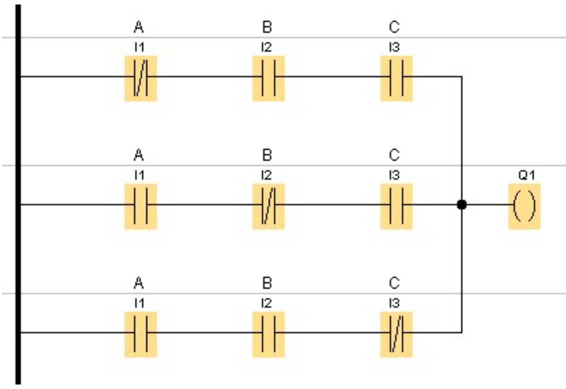

Figura 2 Ladder.

Consideriamo la mappa di Karnough per vedere se è possibile semplificarla utilizzando i min termini (la "somma di prodotti").

A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	0	1

Come si vede dalla mappa di Karnaugh non è possibile semplificare questa funzione.
Consideriamo adesso la stessa tavola di verità e scriviamo la funzione logica considerando i max termini cioè come prodotto di somme. In questo caso si negheranno gli ingressi con valore 1. Dal teorema di De Morgan, infatti, si deduce che il maxterm è il minterm negato e viceversa. La funzione, quindi, sarà data da:

$$Y = (A + B + C)(A + B + \bar{C})(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + B + C)(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$$

Si vede subito che, in questo caso, questa soluzione richiede la costruzione di un circuito più complesso: tre porte NOT, cinque porte OR a tre ingressi e una porta AND a cinque ingressi.
A questo punto ci si poterebbe chiedere se è possibile "raggruppare gli 0 invece degli 1" nella mappa di Karnaugh. Proviamo:

A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	0	1

Otteniamo la funzione:

$$Y = (B + C)(A + B)(A + C)(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$$

Sono necessarie 3 porte NOT, 3 porte OR a 2 ingressi, una porta OR a 3 ingressi ed una porta AND a 4 ingressi: è lo schema più conveniente è il primo.

In questo caso la funzione non è semplificabile.

Matilde Consales