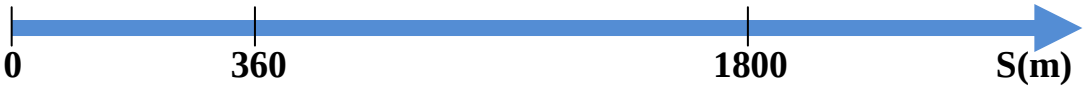
Esercizio 4

Un'auto parte da ferma e percorre 360m con accelerazione costante, successivamente prosegue a velocità costante. Sapendo che dopo 1 minuto dalla partenza lo spazio totale percorso è pari a 1,8km, si determini l'accelerazione iniziale dell'auto.

Svolgimento

Scegliamo un sistema di riferimento. Il moto avviene lungo una direzione.



L'auto si muove di moto uniformemente accelerato (accelerazione costante) fino all'istante t_1 e in questo tempo percorre 360m. Scriviamo la legge oraria:

$$S = S_0 + v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2$$

Sostituiamo i dati del problema:

$$360 = 0 + 0 * 0 + \frac{1}{2} a t_1^2 \quad \rightarrow \quad 360 = \frac{1}{2} a t_1^2$$

Poi si muove di moto rettilineo uniforme (velocità costante). Dobbiamo servirci della legge oraria di un moto rettilineo uniforme.

$$S = S_0 + v t_2$$

Sostituiamo i valori S=1.8Km=1800m, S_0=360m (l'auto percorre 360m con accelerazione costante) $t_2 = 60 - t_1$, la velocità è quella raggiunta all'istante t_1 $v = a t_1$:

$$1800 = 360 + a t_1 (60 - t_1) \quad \rightarrow \quad 1440 = 60 a t_1 - a t_1^2$$

Abbiamo due equazioni in due incognite. Impostiamo e risolviamo il sistema:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} a t_1^2 = 360 \\ 60 a t_1 - a t_1^2 = 1440 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = \frac{720}{t_1^2} \\ 60 \frac{720}{t_1^2} t_1 - \frac{720}{t_1^2} t_1^2 = 1440 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{43200}{t_1} = 2160 \\ a = \frac{720}{t_1^2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{43200}{2160} = 20 \\ a = \frac{720}{20^2} = \frac{720}{400} = 1.8 \end{cases}$$

L'accelerazione cercata vale $1.8\, m/s^2$.

Possiamo descrivere il moto dell'auto:

Parte da ferma dall'origine del sistema di riferimento che abbiamo scelto e per i primi 20 secondi percorre 360 metri con accelerazione costante pari a $1.8\, m/s^2$. Scriviamo l'equazione oraria:

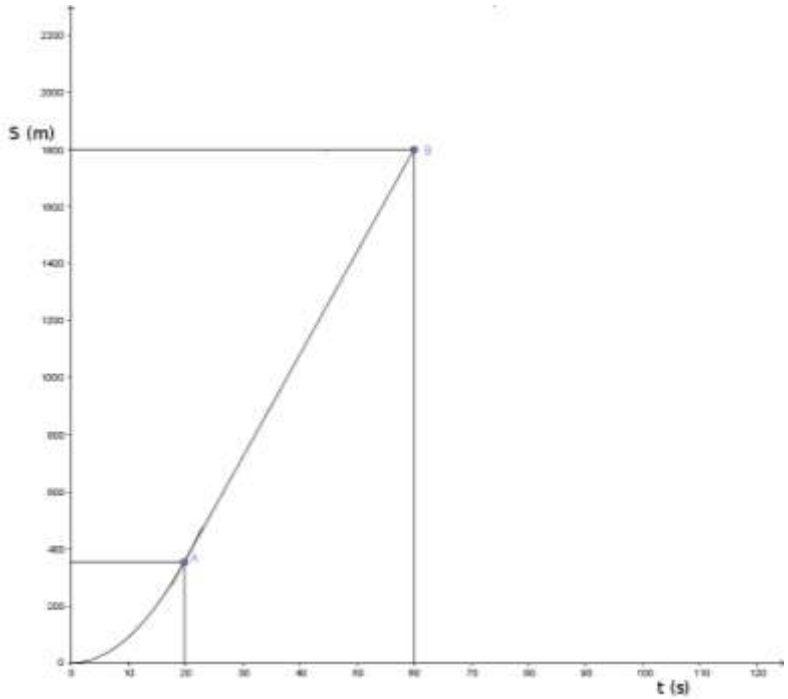
$$S(t) = \frac{1}{2} 1.8 t^2 \quad \rightarrow \quad S(t) = 0.9 t^2$$

Poi si muove di moto rettilineo uniforme con velocità $v = at_1 = 1.8 * 20 = 36\,m/s$. Scriviamo l'equazione del moto tenendo presente che l'istante iniziale è *t=20*:

$$S(t) = 360 + 36(t - 20) \quad \rightarrow \quad S(t) = 360 + 36t - 720$$

$$S(t) = 36t - 360$$

Dopo un minuto non sappiamo più nulla. Disegniamo il grafico con Geogebra.

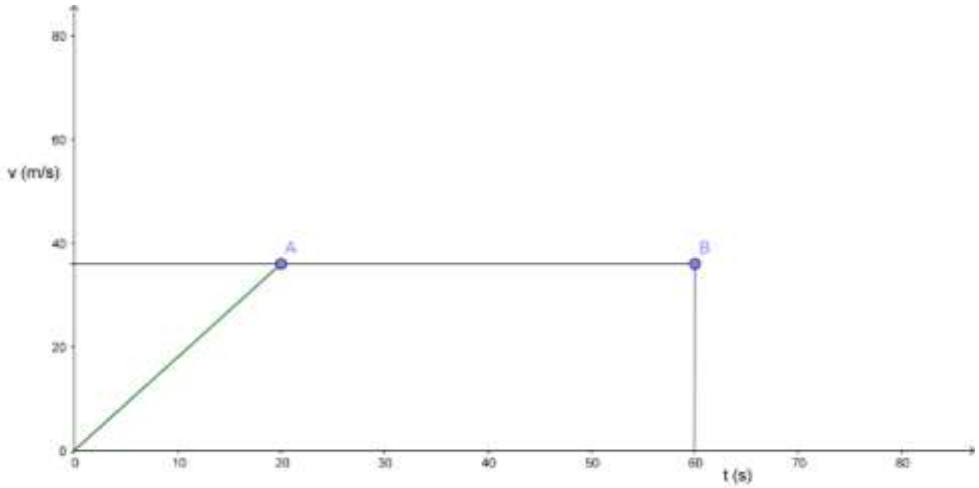


In questo grafico il primo tratto (fino a *t=20*) è un arco di parabola (moto uniformemente accelerato) ed il secondo tratto è una retta (moto rettilineo uniforme). La pendenza della retta rappresenta la velocità costante.

Tracciamo anche l'andamento della velocità in funzione del tempo.
Durante i primi 20 secondi la velocità vale:

$$v(t) = at \quad \rightarrow \quad v(t) = 1.8t$$

Poi resta costante $v = 36\,m/s$



Nel primo tratto la velocità aumenta ed è rappresentata dalla retta da 0 a 20s. Poi resta costante ed è una retta orizzontale.
Lo spazio percorso è dato dall'area del trapezio rettangolo di figura avente:

- Base maggiore 60s
- Base minore (60-20)s=40s
- Altezza 36m/s

Calcoliamolo:

$$S = \frac{(60+40)s \cdot 36\, m/s}{2} = \frac{3600m}{2} = 1800m$$

In accordo con i dati del problema.

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.
Matilde Consales