## Esercizio 5

Un'auto parte da ferma e raggiunge in 10s la velocità di 108km/h; successivamente percorre a velocità costante i successivi 1500m; infine frena fino ad arrestarsi con accelerazione a=−5m/s$^2$.
Si determini:
a) quanta strada ha percorso l'auto;
b) la sua velocità media.

## Svolgimento

Scegliamo un sistema di riferimento. Il moto avviene lungo una direzione.

Il viaggio dell'automobile è formato da tre tratti, ciascuno caratterizzato da un tipo di moto.
Per il primo tratto l'auto si muove di moto uniformemente accelerato (accelerazione costante) per 10s e raggiunge la velocità di 108km/h.
Usiamo come unità di misura i metri e i secondi.

$$108\frac{km}{h} = \frac{108 \cdot 1000m}{3600s} = 30\,m/s$$

Scriviamo la legge oraria:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Sostituiamo i dati del problema:

$$S = 0 + 0 * 0 + \frac{1}{2}a \cdot 10^2 \quad \rightarrow \quad S = \frac{1}{2}a \cdot 100 \quad (1)$$

Non conosciamo l'accelerazione ma sappiamo che si ricava dalla relazione:

$$v = v_0 + at$$

Sostituiamo i dati del problema:

$$30 = 0 + a \cdot 10 \quad \rightarrow \quad a = \frac{30}{10}m/s^2 = 3\,m/s^2$$

Adesso possiamo trovare lo spazio percorso in questo primo tratto sostituendo nella (1):

$$S = \frac{1}{2}3\frac{m}{s^2} \cdot 100s^2 = 3 \cdot 50m = 150m$$

Per il secondo tratto si muove di moto rettilineo uniforme (velocità costante). Dobbiamo servirci della legge oraria di un moto rettilineo uniforme.

$$S = S_0 + vt$$

Sostituiamo i valori *S=1500m+150m=1650m*, $S_0$*=150m* (primo tratto), *v=30m/s*:

$$1650 = 150 + 30t \quad \rightarrow \quad 30t = 1500$$

$$30t = 1500 \quad \rightarrow \quad t = \frac{1500m}{30\,m/s} = 50s$$

Nel terzo tratto l'auto rallenta fino a fermarsi. Il moto è uniformemente accelerato ma, a differenza del primo tratto, l'accelerazione questa volta ha verso opposto rispetto al sistema di riferimento che abbiamo scelto quindi è negativa.

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Sostituiamo i valori $S_0$*=1650m*, $v_0$*=30m/s*, $a = -5\,m/s^2$.

$$S = 1650 + 30t - \frac{5}{2}t^2 \quad (2)$$

Dobbiamo determinare il tempo impiegato per fermarsi. Usiamo la seguente relazione:

$$v = v_0 + at$$

Dove $v_0$*=30m/s*, $a = -5\,m/s^2$, *v=0*:

$$0 = 30 - 5t \quad \rightarrow \quad t = \frac{30\,m/s}{5\,m/s^2} = 6s$$

Troviamo lo spazio percorso dalla (2):

$$S = 1650m + 30\,m/s \cdot 6s - \frac{5\,m/s^2}{2}(6s)^2 = 1650m + 180m - \frac{5}{2}36m =$$

$$= 1830m - 90m = 1740m$$

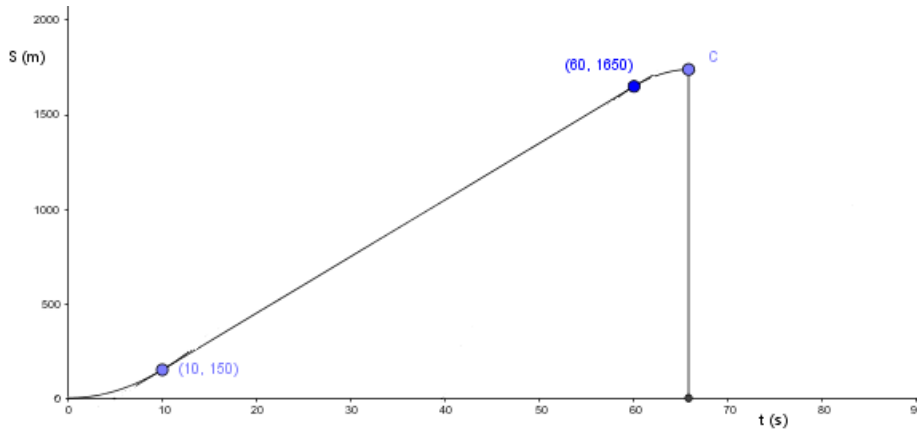
Complessivamente l'auto ha percorso *1740m*. Per trovare la velocità media ci serve il tempo impiegato dato dalla somma dei tempi necessari per percorrere ciascun tratto:

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = 10s + 50s + 6s = 66s$$

Velocità media:

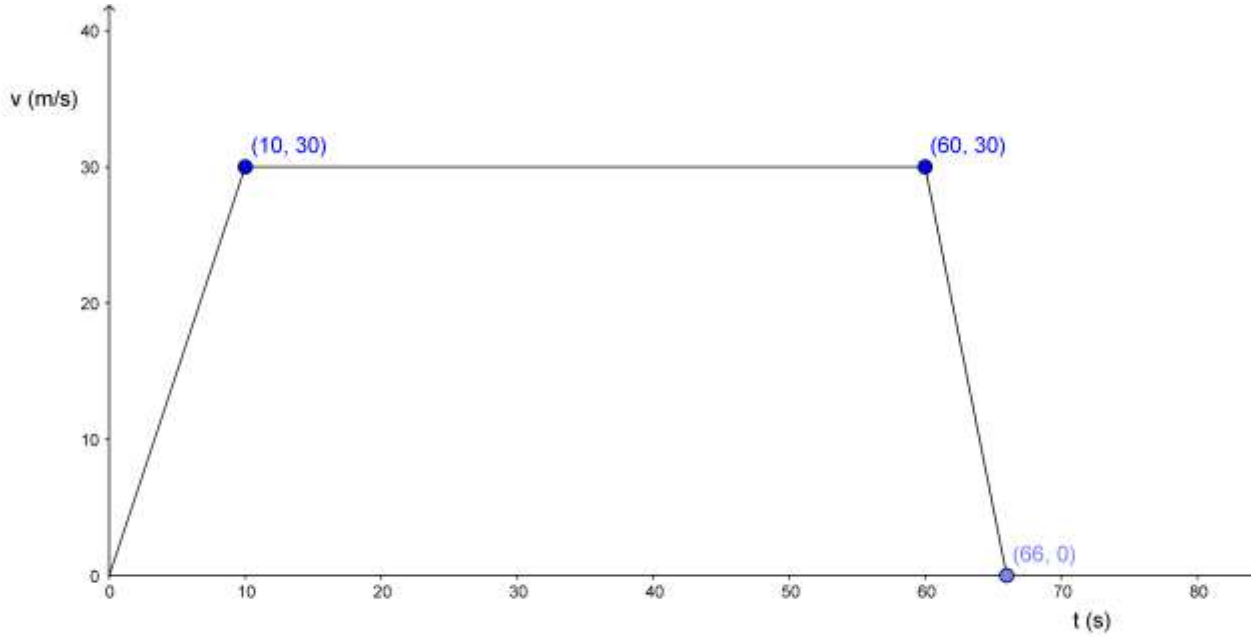
$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1740m}{66s} \cong 26\, m/s$$

Disegniamo il grafico con Geogebra.




Nel primo tratto l'auto si muove di moto uniformemente accelerato con accelerazione concorde con il sistema di riferimento adottato. Il grafico nel piano spazio-tempo è un arco di parabola convessa. Poi troviamo una retta. La pendenza rappresenta la velocità costante (moto rettilineo uniforme). Nell'ultimo tratto è ancora presente un arco di parabola ma concava. L'auto, infatti, si muove di moto uniformemente accelerato ma l'accelerazione è discorde rispetto al sistema di riferimento adottato.

Per finire tracciamo il grafico nel piano velocità-tempo.




Nel primo tratto la pendenza della retta rappresenta l'accelerazione costante e concorde con il sistema di riferimento scelto. Nel secondo tratto la retta è orizzontale, accelerazione nulla, moto rettilineo uniforme. Nel terzo tratto l'accelerazione è costante ma negativa. Lo spazio percorso è l'area del trapezio di figura:

- Base maggiore 66s
- Base minore (60-10)s=50s
- Altezza 30m/s

$$S = \frac{(50 + 66)s \cdot 30\, m/s}{2} = \frac{3480m}{2} = 1740m$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.
Matilde Consales