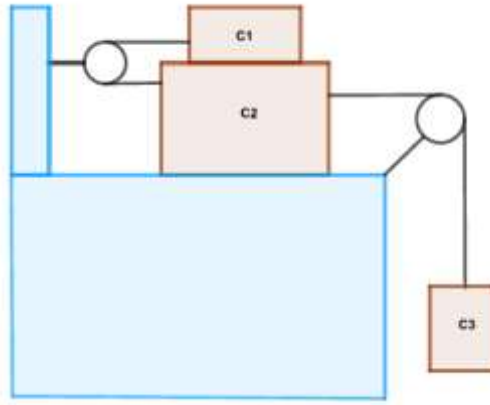


Esercizio 10

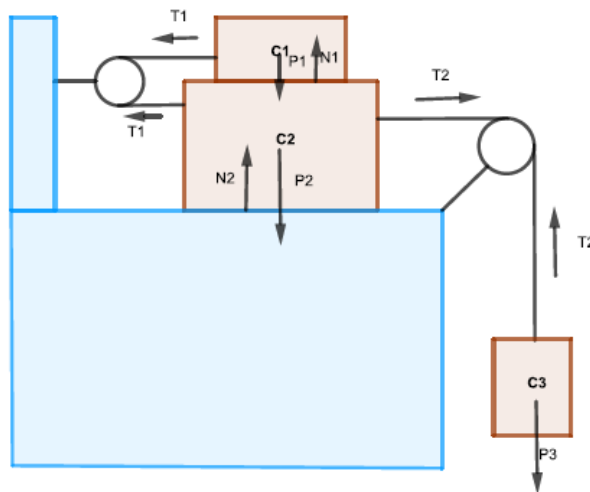
Tre corpi C_1 , C_2 e C_3 sono collegati con fili inestensibili e di peso trascurabile e due carrucole ideali e disposti come in figura. Sapendo che $m_1=m_3=2.0\text{kg}$ e $m_2=6.0\text{kg}$ calcolare la tensione del filo che collega C_1 e C_2 durante il moto supponendo che l'attrito sia trascurabile tra il corpo C_2 ed il piano d'appoggio ma non trascurabile tra i corpi C_1 e C_2 .

Qual è il minimo valore del coefficiente d'attrito statico tra C_1 e C_2 perché i due corpi restino fermi?



Svolgimento

Consideriamo un corpo alla volta e consideriamo le forze a cui è sottoposto e rappresentiamole graficamente.



Forze che agiscono sul corpo 1:

- Forza peso P_1 ;
- Reazione vincolare del corpo C_1 : N_1 ;
- Tensione del filo T_1 ;
- Forza di attrito A tra C_1 e C_2 .

Forze che agiscono sul corpo 2:

- Forza peso P_2 ;
- Reazione vincolare del piano d'appoggio: N_2 ;
- Tensione del filo T_1 ;
- Tensione del filo T_2 ;
- Forza di attrito A tra C_1 e C_2 .

Forze che agiscono sul corpo 3:

- Forza peso P_3 ;
- Tensione del filo T_2 ;

In base alle osservazioni fatte scriviamo le equazioni vettoriali per determinare la risultante di tutte le forze che agiscono su ciascun corpo.

$$\vec{F}_1 = \vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 + \vec{A} \quad \text{Corpo } C_1$$

$$\vec{F}_2 = \vec{P}_2 + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{A} \quad \text{Corpo } C_2$$

$$\vec{F}_3 = \vec{P}_3 + \vec{T}_2 \quad \text{Corpo } C_3$$

Abbiamo già tenuto conto che sia le carrucole che i fili sono ideali.

I pesi dei corpi sono dati da:

$$\vec{P}_i = m_i \vec{g} \quad \text{con } i = 1,2,3$$

Le forze risultanti sono date da:

$$\vec{F}_i = m_i \vec{a}_i \quad \text{con } i = 1,2,3$$

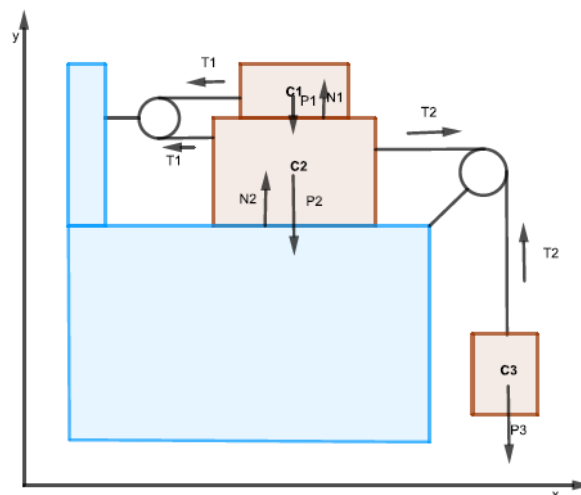
Facciamo le sostituzioni:

$$m_1 \vec{a}_1 = m_1 \vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 + \vec{A} \quad \text{Corpo } C_1$$

$$m_2 \vec{a}_2 = m_2 \vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{A} \quad \text{Corpo } C_2$$

$$m_3 \vec{a}_3 = m_3 \vec{g} + \vec{T}_2 \quad \text{Corpo } C_3$$

A questo punto dobbiamo scegliere un sistema di riferimento per scrivere le equazioni considerando le componenti lungo gli assi. Ci conviene usare lo stesso sistema di riferimento per tutti e tre i corpi: quello indicato in figura.



Adesso scriviamo le equazioni usando i sistemi di riferimento scelti:

$$m_1 a_{1x} = -T_1 + A_{1x}$$

$$m_1 a_{1y} = N_1 - m_1 g$$

$$m_2 a_{2x} = -T_1 + T_2 - A_{1x}$$

$$m_2 a_{2y} = N_2 - N_1 - m_2 g$$

Il corpo C_3 non si sposta lungo l'asse x :

$$m_3 a_{3y} = T_2 - m_3 g$$

I vincoli sono due:

- Piano di appoggio per il corpo C_2 e corpo C_2 per il corpo C_1 entrambi questi corpi si muovono con quota costante quindi:

$$y = cost \rightarrow v = \frac{dy}{dt} = 0 \rightarrow a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = 0$$

Prima di considerare il secondo vincolo riscriviamo le equazioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 a_{1x} = -T_1 + A_{1x} \\ N_1 - m_1 g = 0 \\ m_2 a_{2x} = -T_1 + T_2 - A_{1x} \\ N_2 - N_1 - m_2 g = 0 \\ m_3 a_{3y} = T_2 - m_3 g \end{array} \right.$$

- I corpi non devono muoversi quindi le accelerazioni sono tutte nulle.

Dobbiamo aggiungere la condizione che non sia superato il punto di rottura sulla forza di attrito:

$$\left\{ \begin{array}{l} -T_1 + A_{1x} = 0 \\ N_1 = m_1 g \\ -T_1 + T_2 - A_{1x} = 0 \\ N_2 - N_1 = m_2 g \\ T_2 - m_3 g = 0 \\ |A_x| \leq \mu_s N_1 \end{array} \right.$$

Anche se non richiesto possiamo trovare i valori delle reazioni vincolari e la tensione del filo:

$$N_1 = m_1 g = 2.0 \cdot 9.8 = 19.6N$$

$$N_2 = m_2 g + N_1 = 6.0 \cdot 9.8 + 19.6 = 78.4N$$

$$T_2 = m_3 g = 2.0 \cdot 9.8 = 19.6N$$

Consideriamo adesso le altre due equazioni e la disequazione:

$$\begin{cases} A_{1x} = T_1 \\ -T_1 + m_3g - A_{1x} = 0 \\ |A_x| \leq \mu_s N_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_{1x} = T_1 \\ 2A_{1x} = m_3g \\ \frac{m_3g}{2} \leq \mu_s m_1g \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A_{1x} = \frac{m_3g}{2} = \frac{2.0 \cdot 9.8}{2} = 9.8N \\ T_1 = A_{1x} = 9.8N \\ \mu_s \geq \frac{m_3}{2m_1} = \frac{2.0}{2 \cdot 2.0} = 0.5 \end{cases}$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.
Matilde Consales