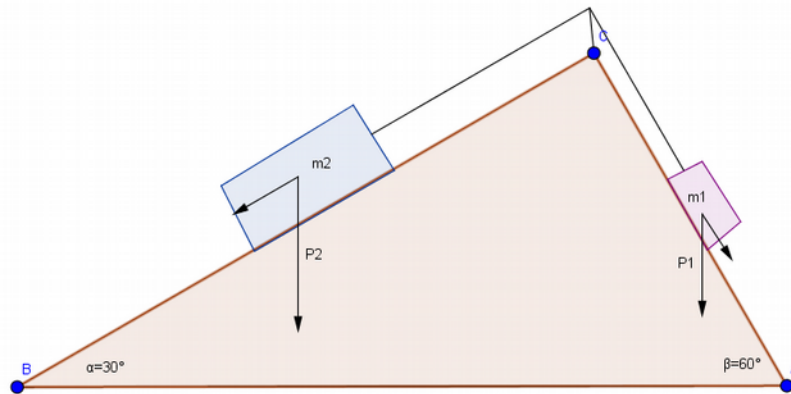


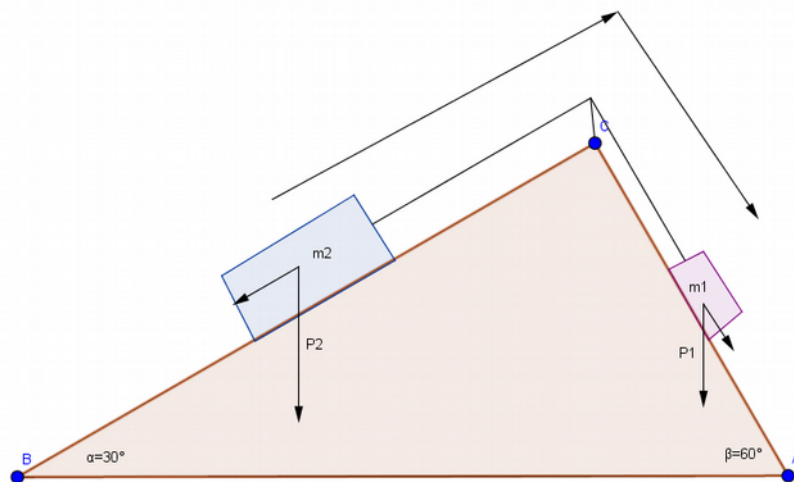
Esercizio 7

Due corpi di massa $m_1=4\text{kg}$ e $m_2=6\text{kg}$, sono disposti sui due cateti di un triangolo rettangolo che poggia sull'ipotenusa e sono collegati tra loro con una fune inestensibile e priva di massa. Gli angoli interni del triangolo sono 90° , 60° e 30° . I corpi sono disposti come in figura. Sapendo che i coefficienti di attrito sui due cateti sono 0.1 su BC e 0.4 su AC determinare l'accelerazione dei due corpi e la tensione del filo.



Svolgimento

Ridisegniamo inserendo gli assi di riferimento.



Poi consideriamo un blocco alla volta e scriviamo l'equazione in base al secondo principio di Newton.

BLOCCO 1

Sul blocco 1 agiscono le seguenti forze:

- Forza di gravità scomposta, come di consueto nelle sue componenti parallela e perpendicolare al piano. La componente perpendicolare è bilanciata dalla reazione del vincolo. La componente parallela contribuisce al moto, ha direzione e verso concordi con il riferimento scelto e modulo $P_1 = m_1 g \sin(\beta)$;
- Forza di attrito di intensità pari al prodotto tra la reazione vincolare (opposta alla componente perpendicolare al piano della forza peso) e il coefficiente di attrito dinamico.

Questa forza si oppone al moto e quindi ha direzione uguale e verso opposto rispetto al sistema di riferimento scelto. Scriviamo il modulo: $F_{1att} = \mu_1 m_1 g \cos(\beta)$;

- Tensione del filo T nella stessa direzione e verso opposto rispetto al riferimento.

Quindi per il blocco 1 possiamo scrivere:

$$m_1 g \sin(\beta) - \mu_1 m_1 g \cos(\beta) - T = m_1 a$$

BLOCCO 2

Sul blocco 2 agiscono le stesse forze che agiscono sul corpo 1 (già analizzate):

- Componente parallela della forza peso di intensità $P_2 = m_2 g \sin(\alpha)$, diretta lungo l'asse di riferimento scelto e verso opposto;
- Forza di attrito di intensità $F_{2att} = \mu_2 m_2 g \cos(\alpha)$, diretta lungo l'asse di riferimento scelto verso concorde;
- Tensione del filo T nella stessa direzione e nello stesso verso rispetto al riferimento.

Quindi per il blocco 2 possiamo scrivere:

$$-m_2 g \sin(\alpha) + \mu_2 m_2 g \cos(\alpha) + T = m_2 a$$

Scriviamo il sistema:

$$\begin{cases} m_1 g \sin(\beta) - \mu_1 m_1 g \cos(\beta) - T = m_1 a \\ -m_2 g \sin(\alpha) + \mu_2 m_2 g \cos(\alpha) + T = m_2 a \end{cases}$$

Ci conviene trovare l'espressione della tensione del filo e risolvere il sistema per confronto:

$$\begin{cases} T = m_1 g \sin(\beta) - \mu_1 m_1 g \cos(\beta) - m_1 a \\ T = m_2 g \sin(\alpha) - \mu_2 m_2 g \cos(\alpha) + m_2 a \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = m_1 g \sin(\beta) - \mu_1 m_1 g \cos(\beta) - m_1 a \\ m_1 g \sin(\beta) - \mu_1 m_1 g \cos(\beta) - m_1 a = m_2 g \sin(\alpha) - \mu_2 m_2 g \cos(\alpha) + m_2 a \end{cases}$$

Determiniamo l'accelerazione dalla seconda equazione:

$$\begin{cases} T = m_1 g \sin(\beta) - \mu_1 m_1 g \cos(\beta) - m_1 a \\ m_1 g \sin(\beta) - \mu_1 m_1 g \cos(\beta) - m_2 g \sin(\alpha) + \mu_2 m_2 g \cos(\alpha) = m_1 a + m_2 a \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = m_1 g \sin(\beta) - \mu_1 m_1 g \cos(\beta) - m_1 a \\ g(m_1 \sin(\beta) - \mu_1 m_1 \cos(\beta) - m_2 \sin(\alpha) + \mu_2 m_2 \cos(\alpha)) = a(m_1 + m_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = m_1 g \sin(\beta) - \mu_1 m_1 g \cos(\beta) - m_1 a \\ a = \frac{g(m_1 \sin(\beta) - \mu_1 m_1 \cos(\beta) - m_2 \sin(\alpha) + \mu_2 m_2 \cos(\alpha))}{m_1 + m_2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = m_1 g \sin(\beta) - \mu_1 m_1 g \cos(\beta) - \frac{m_1 g(m_1 \sin(\beta) - \mu_1 m_1 \cos(\beta) - m_2 \sin(\alpha) + \mu_2 m_2 \cos(\alpha))}{m_1 + m_2} \\ a = \frac{g(m_1 \sin(\beta) - \mu_1 m_1 \cos(\beta) - m_2 \sin(\alpha) + \mu_2 m_2 \cos(\alpha))}{m_1 + m_2} \end{cases}$$

Possiamo sostituire i valori numerici. Troviamo l'accelerazione:

$$a = \frac{9,8 \text{ m/s}^2 (4 \text{ kg} \sin(60^\circ) - 0,4 \cdot 4 \text{ kg} \cdot \cos(60^\circ) - 6 \text{ kg} \sin(30^\circ) + 0,1 \cdot 6 \text{ kg} \cos(30^\circ))}{4 \text{ kg} + 6 \text{ kg}}$$

$$a = \frac{9.8 \text{ m/s}^2 (3.5 \text{ kg} - 0.8 \text{ kg} - 3 \text{ kg} + 0.5 \text{ kg})}{10 \text{ kg}} = \frac{1.8 \text{ N}}{10 \text{ kg}} = 0.2 \text{ m/s}^2$$

L'accelerazione risulta positiva quindi il corpo 2 sale ed il corpo 1 scende.

Calcoliamo la tensione del filo:

$$T = 4 \text{ kg} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 \sin(60^\circ) - 0.4 \cdot 4 \text{ kg} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 \cos(60^\circ) - 4 \text{ kg} \cdot 0.2 \text{ m/s}^2$$
$$T = 33.9 \text{ N} - 7.8 \text{ N} - 0.8 \text{ N} = 25.3 \text{ N}$$

Rispetto al sistema di riferimento scelto il blocco 1 ha un'accelerazione di 0.2 m/s^2 quindi scende mentre il blocco 2 ha un'accelerazione pari a -0.2 m/s^2 e sale.

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.
Matilde Consales