

Esercizio 10

In un'urna ci sono 10 dischetti numerati da 0 a 9; si estraggono, uno alla volta, senza reinserire il dischetto nell'urna, 4 dischetti per formare un codice.

Descrivi lo spazio fondamentale Ω associato all'esperimento.

Quanti sono gli elementi dello spazio Ω ?

Descrivi e conta gli elementi dei seguenti eventi:

A= {il codice rappresenta un numero intero di 4 cifre}.

B= {il codice inizia per 0}.

C= {il codice è un numero intero maggiore di 3000}.

Visualizza la situazione con i diagrammi di Venn.

Svolgimento

Lo spazio fondamentale Ω è costituito da sequenze di 4 cifre distinte tra di loro.

Gli elementi di Ω sono dati da disposizioni senza ripetizione infatti l'ordine è importante.

$$\text{numero elementi di } \Omega = D_{10,4} = \frac{10!}{(10-4)!} = 5040$$

Potevamo anche ragionare in un altro modo: quando estraggo il primo dischetto ho 10 possibilità, per il secondo ne ho 9, per il terzo 8 e per il quarto 7 quindi:

$$\text{numero elementi di } \Omega = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$$

Il codice rappresenta un numero di 4 cifre se non inizia per 0. Contiamo tutti gli elementi di Ω che iniziano per 0 (il primo numero deve essere 0 quindi non ho scelte, gli altri 3 li posso scegliere tra i 9 restanti):

$$\text{numero codici che iniziano per 0} = 1 \cdot D_{9,3} = \frac{9!}{(9-3)!} = 504$$

Si poteva anche osservare che in Ω i codici che iniziano per una qualsiasi delle 10 cifre sono in numero uguale (nessuna cifra è privilegiata) quindi:

$$\text{numero codici che iniziano per 0} = \frac{\text{numero totale codici}}{\text{numero cifre}} = \frac{5040}{10} = 504$$

Altro modo: la prima cifra è fissata, la seconda la posso scegliere tra le restanti 9, la terza tra le restanti 8 e la quarta tra 7 quindi:

$$\text{numero codici che iniziano per 0} = 1 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$$

A Il numero di codici che rappresenta un numero intero di 4 cifre vale:

$$\text{numeri interi di 4 cifre} = D_{10,4} - D_{9,3} = 5040 - 504 = 4536$$

B Abbiamo già calcolato il numero di codici che inizia per 0:

$$\text{numero codici che iniziano per 0} = 504$$

C Per contare quanti sono i numeri interi maggiori di 3000 ci conviene sottrarre dal numero totale di elementi quelli che iniziano per 0, per 1 e per 2 (cioè i numeri minori di 3000). In base alle osservazioni già fatte possiamo scrivere:

$$\text{numero interi minori di 3000} = 3 \cdot 504 = 1512$$

Ragionando in un altro modo: gli insiemi codici che iniziano per 0, codici che iniziano per 1 e codici che iniziano per 2 sono disgiunti quindi:

$$\text{numero interi minori di 3000} = D_{9,3} + D_{9,3} + D_{9,3} = 3 \cdot D_{9,3} = 3 \cdot 504 = 1512$$

Ma allora:

$$\text{numero interi maggiori di 3000} = 5040 - 1512 = 3528$$

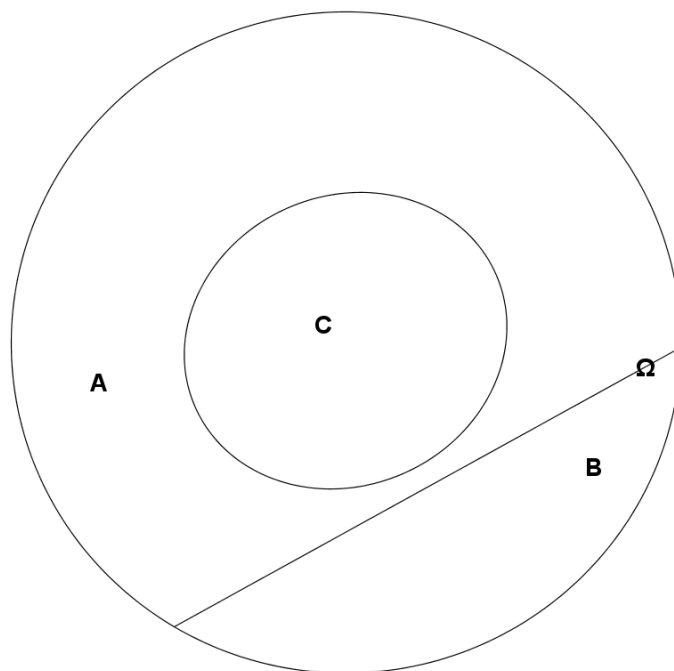


Figura 1 Diagrammi di Venn.

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales