

Somma o prodotto?

Ogni volta che entro in una libreria non esco mai a mani vuote. Sono una lettrice incallita. Mi piacciono molto i gialli o i romanzi di spionaggio ma sono anche molto interessata a scienza e tecnologia. Mi trovo in una libreria ed ho individuato 5 romanzi e 3 libri di astronomia. Se voglio acquistarne uno: in quanti modi posso scegliere?

Se voglio un solo libro ho 8 possibilità: un romanzo o un libro di astronomia.

In linguaggio matematico scelgo un elemento dall'unione di due insiemi disgiunti: l'insieme A dei romanzi e l'insieme B dei libri di astronomia che non hanno elementi in comune.

Enunciamo il **principio additivo**:

Siano A e B due insiemi finiti, senza alcun elemento in comune. Allora il numero di elementi dell'unione di A e B è uguale alla somma degli elementi di A e del numero degli elementi di B.

In formule:

$$|A \cup B| = |A| + |B| \quad \text{se } A \cap B = \emptyset$$

Se, invece, gli insiemi non sono disgiunti devo togliere gli elementi in comune:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \quad \text{se } A \cap B \neq \emptyset$$

Ma oggi è il mio compleanno ed ho deciso di farmi un regalo. Comprerò due libri: un romanzo e uno di astronomia. In quanti modi posso scegliere?

È un po' più complicato. Scrivo gli elementi dei due insiemi. L'insieme A è quello dei romanzi ed ha 5 elementi:

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$$

L'insieme B è quello dei libri di astronomia ed ha 3 elementi:

$$B = \{b_1, b_2, b_3\}$$

Posso scegliere una coppia di libri a caso tra quelle che hanno un elemento di A ed un elemento di B. Per individuare le coppie faccio il prodotto cartesiano dei due insiemi¹:

$$A \times B = \{(a_1, b_1), (a_1, b_2), (a_1, b_3), (a_2, b_1), (a_2, b_2), (a_2, b_3), (a_3, b_1), (a_3, b_2), (a_3, b_3), (a_4, b_1), (a_4, b_2), (a_4, b_3), (a_5, b_1), (a_5, b_2), (a_5, b_3)\}$$

Contiamo gli elementi: ho 15 scelte.

Enunciamo il **principio moltiplicativo**:

Siano A e B due insiemi finiti. Allora il numero di elementi del prodotto cartesiano di A e B è uguale dal numero degli elementi di A moltiplicato per il numero degli elementi di B.

In formule:

$$|A \times B| = |A| \times |B|$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales

¹ Ovviamente in questo caso non mi interessa l'ordine degli elementi di una coppia.