

Disequazioni frazionarie

Esercizio 1

Risolviamo la disequazione:

$$\frac{3x^2 - x - 2}{6x^2 - x - 7} < 0$$

Innanzitutto troviamo il campo di esistenza risolvendo l'equazione:

$$6x^2 - x - 7 = 0$$

$$x_{1-2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 6 \cdot (-7)}}{2 \cdot 6} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 168}}{12} = \frac{1 \pm \sqrt{169}}{12} = \frac{1 \pm 13}{12}$$

$$x_1 = \frac{14}{12} = \frac{7}{6} \quad x_2 = \frac{-12}{12} = -1$$

Campo di esistenza:

$$x \neq \frac{7}{6} \quad x \neq -1$$

Risolviamo l'equazione:

$$3x^2 - x - 2 = 0$$

$$x_{1-2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{6} = \frac{1 \pm 5}{6}$$

$$x_1 = \frac{6}{6} = 1 \quad x_2 = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}$$

Scomponendo numeratore e denominatore in fattori primi possiamo scrivere la disequazione nel seguente modo:

$$\frac{3(x-1)\left(x + \frac{2}{3}\right)}{6\left(x - \frac{7}{6}\right)(x+1)} < 0 \quad \rightarrow \quad \frac{(x-1)\left(x + \frac{2}{3}\right)}{3\left(x - \frac{7}{6}\right)(x+1)} < 0$$

Risolviamo le seguenti disequazioni di primo grado (una per ogni fattore):

1. $x - 1 > 0 \quad \rightarrow \quad x > 1$

2. $x + \frac{2}{3} > 0 \quad \rightarrow \quad x > -\frac{2}{3}$

3. $x - \frac{7}{6} > 0 \quad \rightarrow \quad x > \frac{7}{6}$

4. $x + 1 > 0 \quad \rightarrow \quad x > -1$

Costruiamo lo schema:

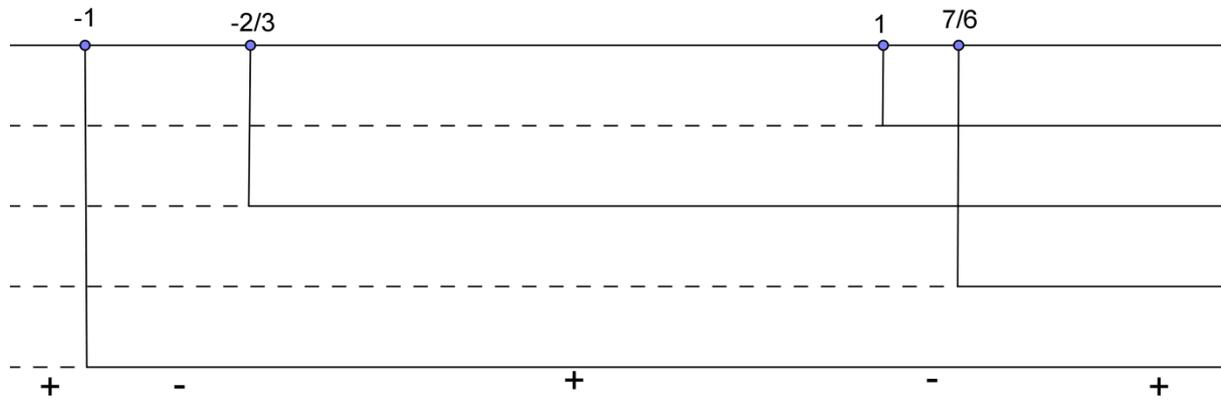


Figura 1

Dobbiamo determinare per quali valori di x l'espressione è negativa. Dal grafico di figura 1 si trovano le soluzioni:

$$-1 < x < -\frac{2}{3}, \quad 1 < x < \frac{7}{6}$$

Notiamo che sono esclusi i valori che non appartengono al dominio.