

### Esercizio 16

Risolvere la seguente disequazione:

$$\frac{2 + |x - 1|}{x} > \frac{x - 2}{|x - 1|}$$

### Svolgimento

Campo di esistenza:

$$x \neq 0; x \neq 1$$

È presente un solo binomio in valore assoluto.

$$x - 1 > 0 \rightarrow x > 1$$

$$|x - 1| = x - 1 \text{ se } x > 1 \quad |x - 1| = 1 - x \text{ se } x < 1$$

Consideriamo l'intervallo  $x > 1$ :

$$\begin{cases} \frac{2 + x - 1}{x} > \frac{x - 2}{x - 1} \\ x > 1 \end{cases}$$

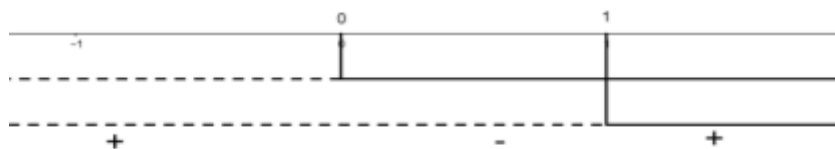
$$\begin{cases} \frac{1 + x}{x} - \frac{x - 2}{x - 1} > 0 \\ x > 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{(1 + x)(x - 1) - x(x - 2)}{x(x - 1)} \\ x > 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x^2 - 1 - x^2 + 2}{x(x - 1)} > 0 \\ x > 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x(x + 1)} > 0 \\ x > 1 \end{cases}$$

Consideriamo la prima disequazione:

$$x > 0$$

$$x - 1 > 0 \rightarrow x > 1$$



Dal grafico vediamo che la disequazione è verificata per  $x < 0 \vee x > 1$

Facciamo un altro grafico per trovare la soluzione del sistema:



La soluzione è data dall'intersezione dei due intervalli:  $x > 1$ .

Consideriamo adesso l'intervallo  $x < 1$  e risolviamo il sistema:

$$\begin{cases} \frac{2+1-x}{x} > \frac{x-2}{1-x} \\ x < 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3-x}{x} > \frac{x-2}{1-x} \\ x < 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{(3-x)(1-x)}{x(1-x)} > \frac{x(x-2)}{x(1-x)} \\ x < 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3-3x-x+x^2-x^2+2x}{x(1-x)} > 0 \\ x < 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{3-2x}{x(1-x)} > 0 \\ x < 1 \end{cases}$$

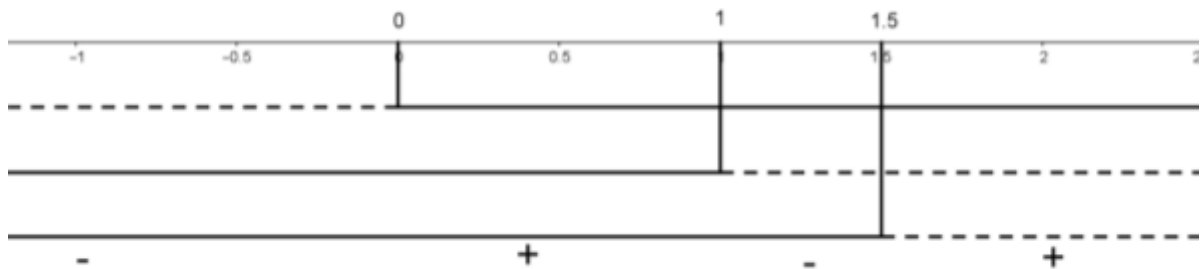
La prima disequazione presenta 3 fattori:

$$3-2x > 0 \rightarrow x < \frac{3}{2}$$

$$x > 0$$

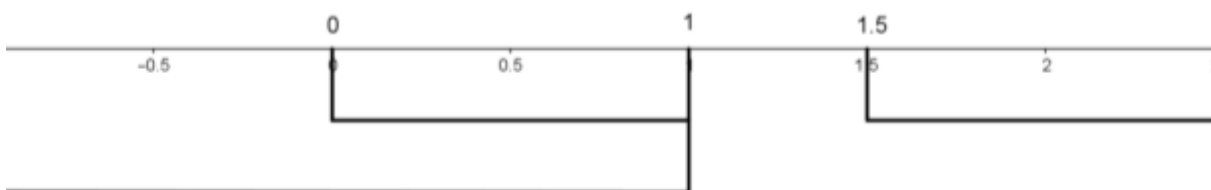
$$1-x > 0 \rightarrow x < 1$$

Facciamo il grafico:



La disequazione è verificata per  $0 < x < 1 \vee x > \frac{3}{2}$

Troviamo la soluzione del sistema:



La soluzione è data dall'intersezione dei due intervalli:  $0 < x < 1$ .

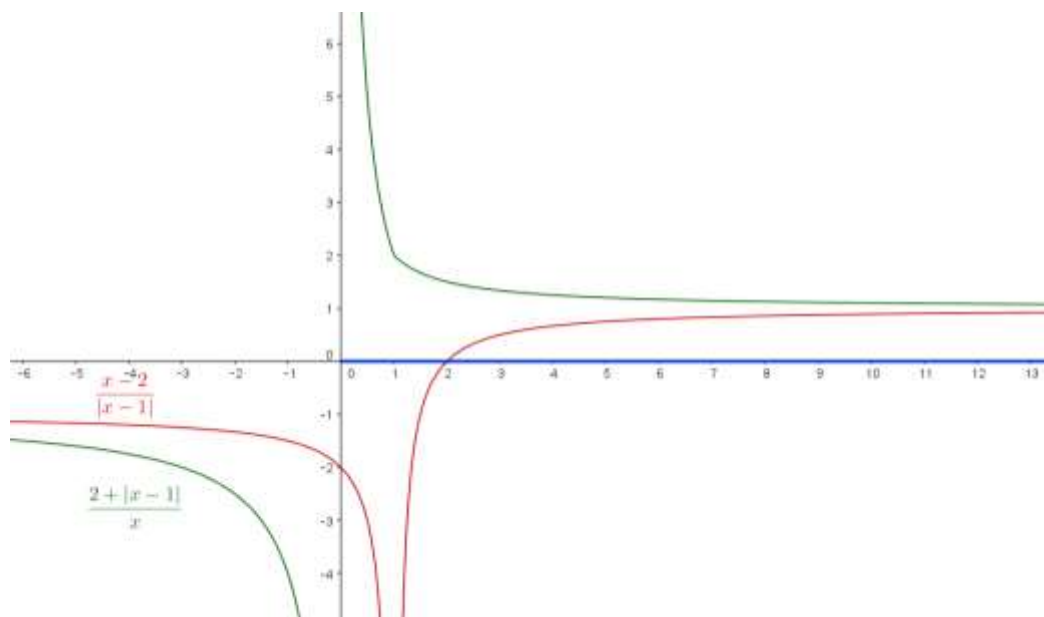
La soluzione della disequazione è l'unione delle soluzioni trovate:



La soluzione:

$$x > 0 \wedge x \neq 1$$

Facciamo la verifica disegnando le funzioni con geogebra. La soluzione è esatta e l'intervallo è indicato in blu.



Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales