

Disequazioni frazionarie

Esercizio 2

Risolviamo la disequazione:

$$x \geq \frac{1}{4x-3}$$

Portiamo tutti i termini al primo membro:

$$x - \frac{1}{4x-3} \geq 0$$

Dominio $x \neq \frac{3}{4}$

$$\frac{x(4x-3)-1}{4x-3} \geq 0 \quad \rightarrow \quad \frac{4x^2-3x-1}{4x-3} \geq 0$$

Risolviamo l'equazione:

$$4x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$x_{1-2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 4 \cdot (-1)}}{2 \cdot 4} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{8} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{8} = \frac{3 \pm 5}{8}$$

$$x_1 = \frac{8}{8} = 1 \quad x_2 = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4}$$

Possiamo scrivere la disequazione nel seguente modo:

$$\frac{4(x-1)\left(x+\frac{1}{4}\right)}{4x-3} \geq 0$$

Risolviamo le seguenti disequazioni di primo grado (una per fattore):

1. $x - 1 > 0 \quad \rightarrow \quad x > 1$

2. $x + \frac{1}{4} > 0 \quad \rightarrow \quad x > -\frac{1}{4}$

3. $4x - 3 > 0 \quad \rightarrow \quad x > \frac{3}{4}$

Facciamo il grafico:

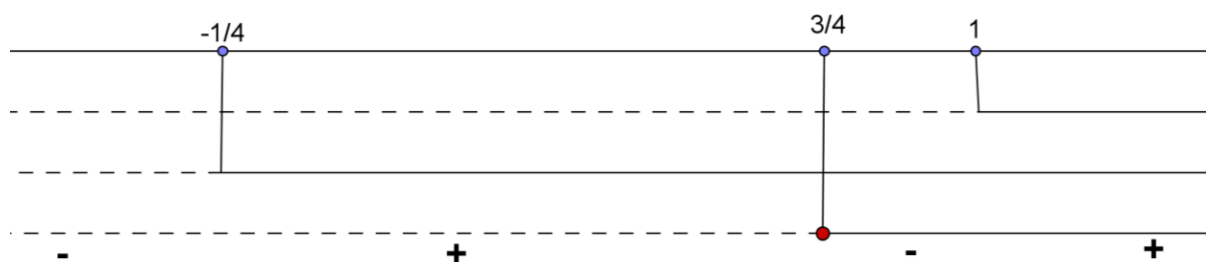


Figura 1

Dobbiamo vedere quando l'espressione è positiva, quindi:

$$-\frac{1}{4} \leq x < \frac{3}{4} \quad x \geq 1.$$

Il valore $x = \frac{3}{4}$ è stato escluso perché annulla il denominatore (non appartiene al dominio).