

## Disequazioni frazionarie

### Esercizio 4

Risolvi la disequazione:

$$\frac{4x - x^2 - 3}{(x^2 + 1)(5x^2 - 5x - 30)} \leq 0$$

Raccogli 5 dal secondo fattore del denominatore:

$$\frac{4x - x^2 - 3}{5(x^2 + 1)(x^2 - x - 6)} \leq 0$$

Risolvo l'equazione:

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$x_{1-2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 * 1 * (-6)}}{2 * 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{6}{2} = 3 \quad x_2 = -\frac{4}{2} = -2$$

Deve essere:

$$x \neq 3 \text{ e } x \neq -2$$

Moltiplico ambo i membri della disequazione per -1, cambio il verso e scompongo il trinomio del denominatore in fattori:

$$\frac{x^2 - 4x + 3}{5(x^2 + 1)(x - 3)(x + 2)} \geq 0$$

Risolvo l'equazione:

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x_{1-2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 * 1 * 3}}{2 * 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = \frac{6}{2} = 3 \quad x_2 = \frac{2}{2} = 1$$

Scompongo il trinomio del numeratore in fattori:

$$\frac{(x - 3)(x - 1)}{5(x^2 + 1)(x - 3)(x + 2)} \geq 0$$

Semplifico e moltiplico ambo i membri per 5:

$$\frac{(x - 1)}{(x^2 + 1)(x + 2)} \geq 0$$

Risolviamo le seguenti disequazioni di primo grado (una per fattore):

1.  $x - 1 > 0 \rightarrow x > 1$

2.  $x^2 + 1 > 0 \rightarrow \textit{sempre}$

3.  $x + 2 > 0 \rightarrow x > -2$

Facciamo il grafico:

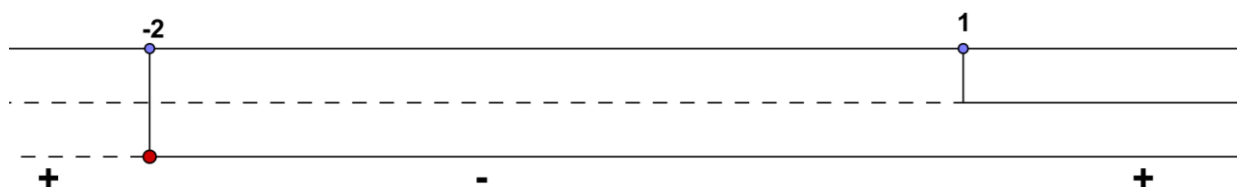


Figura 1

Soluzione:

$$x < -2 \text{ e } x \geq 1.$$