

## Disequazioni frazionarie

### Esercizio 5

Risolviamo la disequazione:

$$\frac{4x^2 - 8x + 19}{8x^2 - 36x + 28} - \frac{2x - 5}{4x - 4} \geq \frac{8x + 12}{8x - 28}$$

Portiamo tutti i termini al primo membro e raccogliamo i fattori comuni:

$$\frac{4x^2 - 8x + 19}{4(2x^2 - 9x + 7)} - \frac{2x - 5}{4(x - 1)} - \frac{4(2x + 3)}{4(2x - 7)} \geq 0$$

Semplifichiamo:

$$\frac{4x^2 - 8x + 19}{4(2x^2 - 9x + 7)} - \frac{2x - 5}{4(x - 1)} - \frac{2x + 3}{2x - 7} \geq 0$$

Risolviamo l'equazione:

$$2x^2 - 9x + 7 = 0$$

$$x_{1-2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 4 \cdot 2 \cdot 7}}{2 \cdot 2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{4} = \frac{9 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{9 \pm 5}{4}$$

$$x_1 = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} \quad x_2 = \frac{4}{4} = 1$$

Scriviamo il trinomio al denominatore come prodotto dei suoi fattori:

$$\frac{4x^2 - 8x + 19}{4 \cdot 2 \left(x - \frac{7}{2}\right)(x - 1)} - \frac{2x - 5}{4(x - 1)} - \frac{2x + 3}{2\left(x - \frac{7}{2}\right)} \geq 0$$

Deve essere:

$$x \neq 1 \quad e \quad x \neq \frac{7}{2}$$

Il denominatore comune è:

$$8 \left(x - \frac{7}{2}\right)(x - 1)$$

$$\frac{4x^2 - 8x + 19}{8 \left(x - \frac{7}{2}\right)(x - 1)} - \frac{2(2x - 5) \left(x - \frac{7}{2}\right)}{8 \left(x - \frac{7}{2}\right)(x - 1)} - \frac{4(2x + 3)(x - 1)}{8 \left(x - \frac{7}{2}\right)(x - 1)} \geq 0$$

$$\frac{4x^2 - 8x + 19 - (4x - 10) \left(x - \frac{7}{2}\right) - (8x - 12)(x - 1)}{8 \left(x - \frac{7}{2}\right)(x - 1)} \geq 0$$

$$\frac{4x^2 - 8x + 19 - (4x^2 - 14x - 10x + 35) - (8x^2 - 8x - 12x + 12)}{8 \left(x - \frac{7}{2}\right)(x - 1)} \geq 0$$

$$\frac{4x^2 - 8x + 19 - 4x^2 + 24x - 35 - 8x^2 + 20x - 12}{8\left(x - \frac{7}{2}\right)(x - 1)} \geq 0$$

$$\frac{-8x^2 + 36x - 28}{8\left(x - \frac{7}{2}\right)(x - 1)} \geq 0 \quad \rightarrow \quad \frac{-4(2x^2 - 9x + 7)}{8\left(x - \frac{7}{2}\right)(x - 1)} \geq 0$$

Semplifichiamo:

$$\frac{-(2x^2 - 9x + 7)}{2\left(x - \frac{7}{2}\right)(x - 1)} \geq 0 \quad \rightarrow \quad \frac{2x^2 - 9x + 7}{2\left(x - \frac{7}{2}\right)(x - 1)} \leq 0$$

Abbiamo già risolto prima l'equazione:

$$2x^2 - 9x + 7 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = \frac{7}{2} \quad x_2 = 1$$

Possiamo scrivere:

$$\frac{\left(x - \frac{7}{2}\right)(x - 1)}{2\left(x - \frac{7}{2}\right)(x - 1)} \leq 0 \quad \frac{1}{2} \leq 0 \quad \text{mai}$$

La disequazione non ha soluzioni.