Disequazioni frazionarie

Esercizio 8

Risolviamo la disequazione:

$$\frac{2x - x^2 + 5}{9 - 2x} < 0$$

Troviamo il campo di esistenza. Deve essere:

$$9 - 2x \neq 0 \qquad \rightarrow \qquad x \neq \frac{9}{2}$$

Per semplificare i calcoli moltiplichiamo numeratore e denominatore per -1. Il verso della disequazione non cambia.

$$\frac{x^2 - 2x - 5}{2x - 9} < 0$$

Consideriamo il numeratore e, per trovare i valori per i quali è positivo scomponiamolo in fattori. Per prima cosa risolviamo l'equazione:

$$x^2 - 2x - 5 = 0$$

Applicando la formula risolutiva si trova:

$$x_{1-2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 * 1 * (-5)}}{2 * 1} = \frac{2 \pm \sqrt{24}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{6 * 4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{6 * 2^2}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{6}}{2}$$

$$x_1 = \frac{2 + 2\sqrt{6}}{2} = \frac{2(1 + \sqrt{6})}{2} = 1 + \sqrt{6}$$

$$x_2 = \frac{2 - 2\sqrt{6}}{2} = \frac{2(1 - \sqrt{6})}{-2} = 1 - \sqrt{6}$$

Scomponendo in fattori si ottiene:

$$\frac{\left[x - \left(1 + \sqrt{6}\right)\right]\left[x - \left(1 - \sqrt{6}\right)\right]}{2x - 9} < 0$$

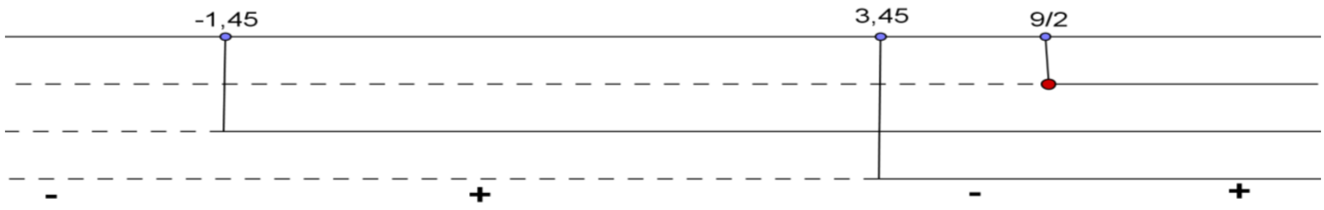
Consideriamo un fattore alla volta:

$$x - \left(1 + \sqrt{6}\right) > 0 \qquad \rightarrow \qquad x > 1 + \sqrt{6}$$

$$x - \left(1 - \sqrt{6}\right) > 0 \qquad \rightarrow \qquad x > 1 - \sqrt{6}$$

$$2x - 9 > 0 \qquad \rightarrow \qquad x > \frac{9}{2}$$

Costruiamo lo schema:



Soluzione:

$$x < 1 - \sqrt{6} \qquad 1 + \sqrt{6} < x < \frac{9}{2}$$