

Disequazioni frazionarie

Esercizio 9

Risolviamo la disequazione:

$$\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - x} < 0$$

Troviamo il campo di esistenza. Deve essere:

$$x^2 - x \neq 0 \rightarrow x(x-1) \neq 0 \rightarrow x \neq 0 \text{ e } x \neq 1$$

Consideriamo il numeratore e, per trovare i valori per i quali è positivo scomponiamolo in fattori. Per prima cosa risolviamo l'equazione:

$$x^2 + x - 6 = 0$$

Applicando la formula risolutiva si trova:

$$x_{1-2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 * 1 * (-6)}}{2 * 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-1 - 5}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

Al denominatore basta raccogliere x. Possiamo scrivere:

$$\frac{(x-2)(x+3)}{x(x-1)} < 0$$

Consideriamo un fattore alla volta:

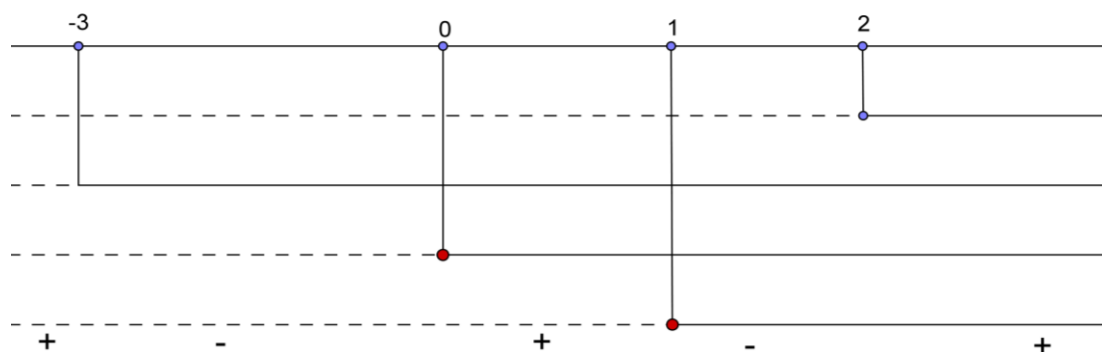
$$x - 2 > 0 \rightarrow x > 2$$

$$x + 3 > 0 \rightarrow x > -3$$

$$x > 0$$

$$x - 1 > 0 \rightarrow x > 1$$

Costruiamo lo schema:



La frazione data deve essere negativa quindi:

$$-3 < x < 0 \text{ e } 1 < x < 2$$