Disequazioni di secondo grado

Esercizio 1

Risolviamo la disequazione:

$$x^2 + 2x - 3 < 0$$

Considero l'equazione:

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

Trovo le soluzioni:

$$x_{1-2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 * 1 * (-3)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

Le due soluzioni sono:

$$x_1 = 1; \qquad x_2 = -3$$

Quindi si può scrivere:

$$x^2 + 2x - 3 = (x - x_1) * (x - x_2) = (x - 1) * (x + 3) < 0$$

Troviamo il segno di ciascun fattore risolvendo separatamente le due disequazioni di primo grado:

$$x - 1 > 0 \;\rightarrow\; x > 1$$

$$x + 3 > 0 \;\rightarrow\; x > -3$$

Facciamo lo schema:

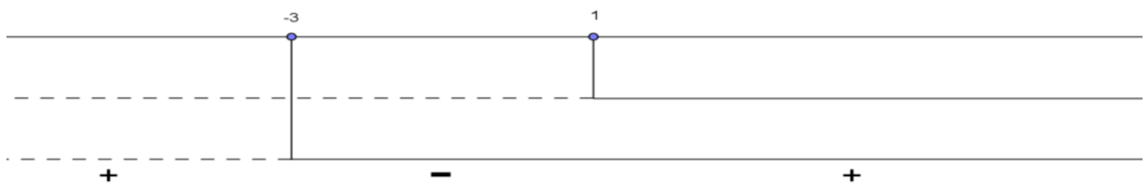

Figura 1

Ho usato una linea continua quando il fattore è positivo e tratteggiata quando è negativo. Divido l'intervallo in tre pezzi. Si richiedono i valori di x per i quali l'espressione è negativa quindi la risposta è:

$$-3 < x < 1$$

Questo è un metodo generale. Può essere usato per qualunque disequazione di grado superiore al primo.

Avrei potuto usare anche un altro metodo che vale solo per le disequazioni di secondo grado:
dopo aver risolto l'equazione di secondo grado si considera il coefficiente del termine di secondo grado. In questo caso è positivo. (Ci si può sempre ricondurre a questa situazione moltiplicando ambo i membri per -1 e cambiando il verso della disequazione).
Si guarda, quindi, il verso della disequazione: minore di zero.
La disequazione è verificata per $-3<x<1$ cioè per i valori interni all'intervallo.
Se il verso della disequazione fosse stato maggiore di zero sarebbe stata verificata per valori esterni all'intervallo come si vede chiaramente dallo schema di figura 1.