

Esercizio 18

Risolvere il seguente sistema:

$$\begin{cases} \frac{2-x}{x^2-1} < 0 \\ \frac{1+3x}{|x|+1} \geq 0 \end{cases}$$

Svolgimento

Prima di trovare il campo di esistenza scomponiamo il denominatore della frazione della prima disequazione in fattori primi:

$$\begin{cases} \frac{2-x}{(x+1)(x-1)} < 0 \\ \frac{1+3x}{|x|+1} \geq 0 \end{cases}$$

Vediamo subito che deve essere $x \neq \pm 1$. Adesso consideriamo il denominatore della frazione della seconda disequazione. Contiene un termine in valore assoluto:

$$|x| + 1 > 0 \rightarrow 1 - x \text{ se } x < 0 \quad x + 1 \text{ se } x > 0$$

Consideriamo l'intervallo $x < 0$. Il sistema diventa:

$$\begin{cases} \frac{2-x}{(x+1)(x-1)} < 0 \\ \frac{1+3x}{1-x} \geq 0 \\ x < 0 \end{cases}$$

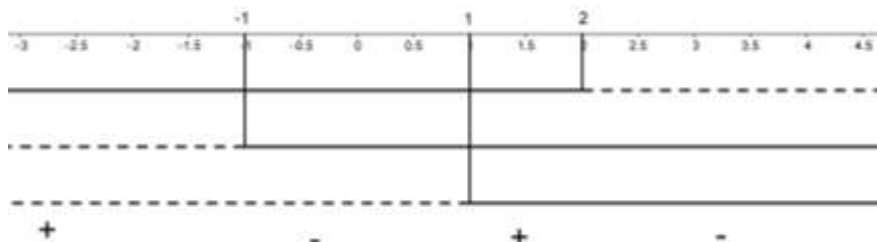
Consideriamo la prima disequazione. È composta da tre fattori:

$$2 - x > 0 \rightarrow x < 2$$

$$x + 1 > 0 \rightarrow x > -1$$

$$x - 1 > 0 \rightarrow x > 1$$

Per trovare le soluzioni facciamo il grafico.



Dal grafico si deduce che le soluzioni della prima disequazione sono:

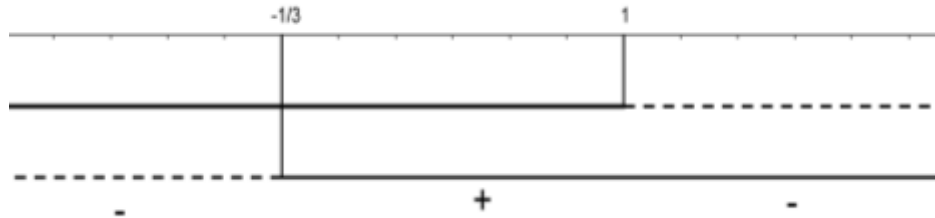
$$-1 < x < 1 \vee x > 2$$

Consideriamo la seconda disequazione che si compone di due fattori:

$$1 + 3x > 0 \rightarrow x \geq -\frac{1}{3}$$

$$1 - x > 0 \rightarrow x < 1$$

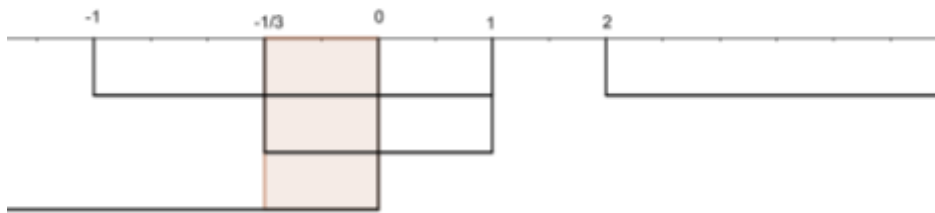
Facciamo il grafico.



Soluzioni:

$$-\frac{1}{3} \leq x < 1$$

Facciamo un altro grafico per trovare le soluzioni del sistema:



Le soluzioni, date dall'intersezione dei tre intervalli, sono evidenziate in rosso:

$$-\frac{1}{3} \leq x < 0$$

Consideriamo ora l'intervallo $x > 0$ e scriviamo il sistema:

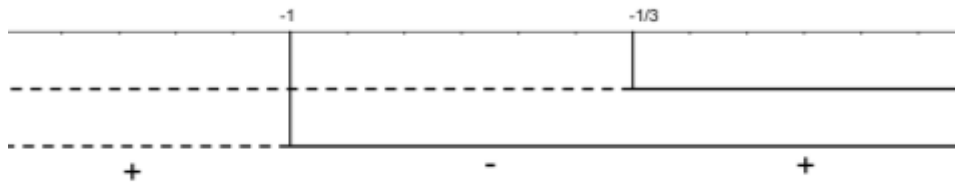
$$\begin{cases} \frac{2-x}{(x+1)(x-1)} < 0 \\ \frac{1+3x}{x+1} \geq 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

La prima disequazione non cambia e l'abbiamo già risolta. Risolviamo la seconda disequazione:

$$1 + 3x > 0 \rightarrow x \geq -\frac{1}{3}$$

$$x + 1 > 0 \rightarrow x > -1$$

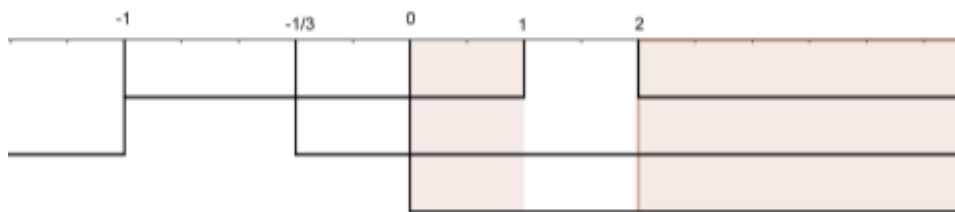
Grafico:



Soluzioni:

$$x < -1 \vee x > -\frac{1}{3}$$

Facciamo un altro grafico per trovare le soluzioni del sistema:



Le soluzioni, date dall'intersezione dei tre intervalli, sono evidenziate in rosso:

$$0 \leq x < 1 \vee x > 2$$

Le soluzioni sono date dall'unione delle soluzioni dei due sistemi.

$$-\frac{1}{3} \leq x < 1 \vee x > 2$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales