

Esercizio 1

Trovare l'equazione dell'ellisse passante per i due punti:

$$P \equiv (0, 3) \quad Q \equiv (3, 2).$$

Svolgimento

Scrivo l'equazione di un'ellisse generica:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Impongo il passaggio per i punti dati:

$$\begin{cases} \frac{0^2}{a^2} + \frac{3^2}{b^2} = 1 & \text{passaggio per } P \\ \frac{3^2}{a^2} + \frac{2^2}{b^2} = 1 & \text{passaggio per } Q \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{9}{b^2} = 1 \\ \frac{9}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 9 = b^2 \\ \frac{9}{a^2} + \frac{4}{9} = 1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} b^2 = 9 \\ \frac{9}{a^2} + \frac{4}{9} = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b^2 = 9 \\ \frac{81 + 4a^2}{9a^2} = \frac{9a^2}{9a^2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b^2 = 9 \\ 81 = 9a^2 - 4a^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b^2 = 9 \\ 5a^2 = 81 \end{cases}$$
$$\begin{cases} a^2 = \frac{81}{5} \\ b^2 = 9 \end{cases}$$

Sostituendo i valori appena trovati nell'equazione generica dell'ellisse si trova:

$$\frac{x^2}{\frac{81}{5}} + \frac{y^2}{9} = 1$$

Si può anche scrivere in un altro modo:

$$\frac{5x^2}{81} + \frac{y^2}{9} = 1 \rightarrow \frac{5x^2 + 9y^2}{81} = \frac{81}{81} \rightarrow 5x^2 + 9y^2 = 81$$
$$5x^2 + 9y^2 - 81 = 0$$

