

Esercizio 5

Scrivere l'equazione dell'ellisse avente asse focale di misura 6 ed un vertice nel punto $V \equiv (0, -4)$.

Svolgimento

Scrivo l'equazione di una generica ellisse in forma canonica:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Dalle coordinate del vertice deduco che l'ellisse ha centro nell'origine e dal valore della distanza focale deduco che i fuochi hanno coordinate:

$$F_1 \equiv (-3, 0) \quad F_2 \equiv (3, 0)$$

Poiché il vertice ha ordinata -4 il semiasse verticale misura 4 (vedi figura) quindi:

$$b^2 = 16$$

Poi, dalla relazione che lega il quadrato dell'ascissa dei fuochi con la misura dei semiassi:

$$c^2 = a^2 - b^2$$

Ricavo:

$$9 = a^2 - 16 \quad \rightarrow \quad a^2 = 9 + 16 = 25$$

Scrivo l'equazione dell'ellisse:

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

Posso anche scrivere:

$$\frac{16x^2 + 25y^2}{25 * 16} = \frac{25 * 16}{25 * 16} \quad \rightarrow \quad \frac{16x^2 + 25y^2}{400} = \frac{400}{400} \quad \rightarrow \quad 16x^2 + 25y^2 = 400$$

