

Esercizio 7

Scrivere l'equazione della tangente all'ellisse di equazione:

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{10} = 1$$

Nel suo punto del primo quadrante di ascissa 3.

Svolgimento

Trovo l'ordinata del punto dato. Deve appartenere all'ellisse quindi:

$$\frac{3^2}{25} + \frac{y^2}{10} = 1 \rightarrow \frac{9}{25} + \frac{y^2}{10} = 1 \rightarrow \frac{18 + 5y^2}{50} = \frac{50}{50} \rightarrow 18 + 5y^2 = 50$$

$$5y^2 = 50 - 18 \rightarrow 5y^2 = 32 \rightarrow y^2 = \frac{32}{5}$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{32}{5}} = \pm \sqrt{\frac{2 * 16}{5}} = \pm \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \pm \frac{4\sqrt{2}\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \pm \frac{4\sqrt{10}}{5}$$

Il punto deve appartenere al primo quadrante quindi:

$$y = \frac{4\sqrt{10}}{5}$$

$$P \equiv \left(3, \frac{4\sqrt{10}}{5} \right)$$

Dato che il punto appartiene all'ellisse trovo la tangente usando la formula di sdoppiamento l'equazione della retta vale:

$$\frac{xx_0}{25} + \frac{yy_0}{10} = 1$$

Sostituendo le coordinate del punto P trovo:

$$\frac{x3}{25} + \frac{y \frac{4\sqrt{10}}{5}}{10} = 1 \rightarrow \frac{3x}{25} + \frac{4\sqrt{10}}{50}y - 1 = 0 \rightarrow \frac{6x + 4\sqrt{10}y - 50}{50} = 0$$

$$6x + 4\sqrt{10}y - 50 = 0$$

$$3x + 2\sqrt{10}y - 25 = 0$$

