Esercizio 12

Risolvere la seguente equazione fratta:

$$\frac{1}{3y^2+5y+2}=y\left(\frac{1}{2y^2+y-1}-\frac{1}{2y^2-3y-5}\right)$$

Svolgimento

Non sappiamo ancora scrivere il campo di esistenza. Dobbiamo prima scomporre i trinomi di secondo grado che si trovano ai denominatori.
Cominciamo con il primo.
Vediamo se è scomponibile in fattori di primo grado. Troviamo il discriminante dell'equazione di secondo grado associata:

$$3y^2+5y+2=0$$

$$\Delta=b^2-4ac=5^2-4\cdot 3\cdot 2=25-24=1>0$$

Troviamo le soluzioni:

$$y_{1-2}=\frac{-5\pm\sqrt{1}}{6}=\frac{-5\pm 1}{6}\qquad y_1=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3}\qquad y_2=\frac{-6}{6}=-1$$

Quindi:

$$3y^2+5y+2=3\left(y+\frac{2}{3}\right)(y+1)$$

Procediamo allo stesso modo per il secondo trinomio:

$$2y^2+y-1=0$$

$$\Delta=b^2-4ac=1-4\cdot 2\cdot(-1)=1+8=9$$

$$y_{1-2}=\frac{-1\pm\sqrt{9}}{4}=\frac{-1\pm 3}{4}\qquad y_1=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}\qquad y_2=\frac{-4}{4}=-1$$

$$2y^2+y-1=2\left(y-\frac{1}{2}\right)(y+1)$$

E per il terzo:

$$2y^2-3y-5=0$$

$$\Delta=b^2-4ac=9-4\cdot 2\cdot(-5)=9+40=49$$

$$y_{1-2}=\frac{3\pm\sqrt{49}}{4}=\frac{3\pm 7}{4}\qquad y_1=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}\qquad y_2=\frac{-4}{4}=-1$$

$$2y^2-3y-5=2\left(y-\frac{5}{2}\right)(y+1)$$

Condizioni di esistenza:

$$y\neq-\frac{3}{2};\quad y\neq-1;\quad y\neq\frac{1}{2};\quad y\neq\frac{5}{2};$$

Riscriviamo l'equazione:

$$\frac{1}{3\left(y+\frac{2}{3}\right)(y+1)} = y\left(\frac{1}{2\left(y-\frac{1}{2}\right)(y+1)} - \frac{1}{2\left(y-\frac{5}{2}\right)(y+1)}\right)$$

$$\frac{1}{3\left(y+\frac{2}{3}\right)(y+1)} = y\frac{y-\frac{5}{2}-y+\frac{1}{2}}{2\left(y-\frac{1}{2}\right)(y+1)\left(y-\frac{5}{2}\right)}$$

$$\frac{1}{3\left(y+\frac{2}{3}\right)(y+1)} = y\frac{-2}{2\left(y-\frac{1}{2}\right)(y+1)\left(y-\frac{5}{2}\right)}$$

$$\frac{1}{3\left(y+\frac{2}{3}\right)(y+1)} = y\frac{-1}{\left(y-\frac{1}{2}\right)(y+1)\left(y-\frac{5}{2}\right)}$$

$$\frac{\left(y-\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{5}{2}\right)}{3\left(y+\frac{2}{3}\right)(y+1)\left(y-\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{5}{2}\right)} = \frac{-3y\left(y+\frac{2}{3}\right)}{3\left(y-\frac{1}{2}\right)(y+1)\left(y-\frac{5}{2}\right)\left(y+\frac{2}{3}\right)}$$

$$y^2 - \frac{5}{2}y - \frac{1}{2}y + \frac{5}{4} + 3y^2 + 2y = 0$$

$$4y^2 - y + \frac{5}{4} = 0 \quad \rightarrow \quad 16y^2 - 4y + 5 = 0$$

Troviamo il discriminante:

$$\Delta = \frac{b^2}{4} - ac = 4 - 16 \cdot 5 = 4 - 80 = -76 < 0$$

L'equazione proposta non ammette soluzioni reali.

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales