Esercizio 17

Trovare il parametro m tale che l'equazione:

$$(m-1)x^2 - 2mx + 4 = 0 \quad con\, m \neq 1$$

Ammetta due soluzioni reali tali che:

1. la differenza delle radici sia uguale a zero;
2. il prodotto delle radici sia il triplo della loro somma;
3. le radici siano negative;
4. una radice sia nulla.

Svolgimento

Per prima cosa calcoliamo il discriminante:

$$\Delta = \frac{b^2}{4} - ac = m^2 - 4(m-1) = m^2 - 4m + 4 = (m-2)^2$$

La soluzioni sono reali se:

$$\Delta \geq 0 \quad \rightarrow \quad \forall m \in \mathbb{R}$$

1. La differenza delle radici è nulla se:

$$x_1 - x_2 = 0$$

Cioè se:

$$x_1 = x_2$$

Quindi le radici devono essere reali e coincidenti e questo si ha se:

$$\Delta = 0 \quad \rightarrow \quad m = 2$$

2. Scriviamo la relazione richiesta:

$$x_1 \cdot x_2 = 3(x_1 + x_2) \qquad (1)$$

Sappiamo che:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{2m}{m-1} \qquad e\ che \qquad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{4}{m-1}$$

Sostituendo nella (1):

$$\frac{4}{m-1} = 3\frac{2m}{m-1}$$

$$4 = 6m \qquad con\ \ m \neq 1$$

$$6m - 4 = 0 \qquad \rightarrow \qquad m = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

3. Le radici sono negative se tra i coefficienti dell'equazioni ci sono due permanenze (regola di Cartesio). Poiché $c = 4 > 0$ gli altri coefficienti devono essere positivi:

$$a > 0 \quad \rightarrow \quad m - 1 > 0 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{m > 1} \qquad e \quad b > 0 \quad \rightarrow \quad -2m > 0 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{m < 0}$$

Queste due condizioni non possono essere soddisfatte contemporaneamente. Non esistono valori di *m* che soddisfano questa condizione.

4. Una radice è nulla se l'equazione è spuria cioè se:

$$c = 0$$

Ma *c=4*. Non esistono valori di *m* che soddisfano questa condizione.

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales