Esercizio 23

Risolvere la seguente equazione:

$$\frac{\log_2 x}{\log_2 x + 3} + \frac{6}{\log_2 x - 3} + \frac{72}{9 - (\log_2 x)^2} = 0$$

Svolgimento

Deve essere *x>0*. Poniamo $t = \log_2 x \quad con \;\; t \neq \pm 3$:

$$\frac{t}{t+3} + \frac{6}{t-3} + \frac{72}{9 - t^2} = 0$$

Dato che $(t+3)(t-3) = t^2 - 9$ moltiplichiamo numeratore e denominatore della terza frazione per -1:

$$\frac{t}{t+3} + \frac{6}{t-3} - \frac{72}{t^2 - 9} = 0$$

Scomponiamo in fattori primi:

$$\frac{t}{t+3} + \frac{6}{t-3} - \frac{72}{(t+3)(t-3)} = 0$$

Stesso denominatore:

$$\frac{t(t-3)}{(t+3)(t-3)} + \frac{6(t+3)}{(t+3)(t-3)} - \frac{72}{(t+3)(t-3)} = 0$$

$$t^2 - 3t + 6t + 18 - 72 = 0$$

$$t^2 + 3t - 54 = 0$$

Risolviamo l'equazione:

$$t_{1-2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 216}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{-3 \pm 15}{2}$$

$$t_1 = \frac{-3 + 15}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$t_2 = \frac{-3 - 15}{2} = -\frac{18}{2} = -9$$

Adesso troviamo *x*. Per *t=6*:

$$\log_2 x = 6$$

Quindi:

$$x = 2^6 = 64$$

Per *t*=-*9*:

$$\log_2 x = -9$$

Quindi:

$$x = 2^{-9} = \frac{1}{2^9} = \frac{1}{512}$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales