Esercizio 3

Risolvere la seguente equazione fratta:

$$\frac{1}{2x^2}-\frac{x+3}{4x^2-1}=\frac{1+x}{3x-6x^2}-\frac{1}{12x}$$

Prima di tutto scomponiamo in fattori primi tutti i denominatori. Il secondo denominatore è una differenza di quadrati[1]. Dal terzo possiamo raccogliere *3x*:

$$\frac{1}{2x^2}-\frac{x+3}{(2x+1)(2x-1)}=\frac{1+x}{3x(1-2x)}-\frac{1}{12x}$$

Adesso scriviamo le condizioni di esistenza:

$$x\neq 0; x\neq \pm\frac{1}{2}$$

Spostiamo tutto al primo membro:

$$\frac{1}{2x^2}-\frac{x+3}{(2x+1)(2x-1)}-\frac{1+x}{3x(1-2x)}+\frac{1}{12x}=0$$

Prima di trovare il denominatore comune raccogliamo *-1* al denominatore del terzo termine:

$$\frac{1}{2x^2}-\frac{x+3}{(2x+1)(2x-1)}-\frac{1+x}{-3x(2x-1)}+\frac{1}{12x}=0$$

Possiamo scrivere:

$$\frac{1}{2x^2}-\frac{x+3}{(2x+1)(2x-1)}+\frac{1+x}{3x(2x-1)}+\frac{1}{12x}=0$$

Il denominatore comune è:

$$12x^2(2x+1)(2x-1)$$

Quindi:

$$\frac{6(2x+1)(2x-1)-12x^2(x+3)+4x(2x+1)(1+x)+x(2x+1)(2x-1)}{12x^2(2x+1)(2x-1)}=0$$

Facciamo i conti:

$$\frac{6(4x^2-1)-12x^3-36x^2+4x(2x+2x^2+1+x)+x(4x^2-1)}{12x^2(2x+1)(2x-1)}=0$$

$$\frac{24x^2-6-12x^3-36x^2+4x(3x+2x^2+1)+4x^3-x}{12x^2(2x+1)(2x-1)}=0$$

$$\frac{-12x^2-6-12x^3+12x^2+8x^3+4x+4x^3-x}{12x^2(2x+1)(2x-1)}=0$$

$$\frac{-6+3x}{12x^2(2x+1)(2x-1)}=0$$

$$\frac{3(x-2)}{12x^2(2x+1)(2x-1)}=0$$

[1] Ricordiamo che $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$$\frac{x-2}{12x^2(2x+1)(2x-1)} = 0$$

Ricordiamo che una frazione è nulla se il suo numeratore è uguale a zero.

$$x - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 2$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales