Esercizio 5

Risolvere la seguente equazione fratta:

$$\frac{3ax+2b}{a^2}+\frac{8b-2b^3}{a^2(b^2-4b+4)}=\frac{6ax+10b}{2a^2-a^2b}$$

Prima di tutto scomponiamo in fattori primi tutti i denominatori. Raccogliamo a^2 al primo e al terzo denominatore. Al secondo denominatore compare il quadrato di un binomio[1].

$$\frac{3ax+2b}{a^2}+\frac{8b-2b^3}{a^2(2-b)^2}=\frac{6ax+10b}{a^2(2-b)}$$

Adesso scriviamo le condizioni di esistenza:

$$a\neq 0; b\neq 2$$

Troviamo il denominatore comune:

$$\frac{(3ax+2b)(2-b)^2}{a^2(2-b)^2}+\frac{8b-2b^3}{a^2(2-b)^2}=\frac{(6ax+10b)(2-b)}{a^2(2-b)^2}$$

Facciamo i calcoli:

$$\frac{(3ax+2b)(4-4b+b^2)}{a^2(2-b)^2}+\frac{8b-2b^3}{a^2(2-b)^2}=\frac{12ax-6abx+20b-10b^2}{a^2(2-b)^2}$$

$$\frac{12ax-12abx+3ab^2x+8b-8b^2+2b^3+8b-2b^3}{a^2(2-b)^2}=\frac{12ax-6abx+20b-10b^2}{a^2(2-b)^2}$$

Ho evidenziato i termini che si elidono in verde e giallo e quelli da sommare in azzurro:

$$-12abx+3ab^2x+16b-8b^2=-6abx+20b-10b^2$$

Portiamo a primo membro i termini contenenti l'incognita e a secondo membro i termini noti:

$$-12abx+6abx+3ab^2x=-16b+8b^2+20b-10b^2$$

$$-6abx+3ab^2x=4b-2b^2$$

$$-3ab(2-b)x=2b(2-b)$$

Se *b=2 o se b=0* l'equazione è indeterminata[2]. Se $b\neq 2$ *e* $b\neq 0$ Possiamo scrivere:

$$-3ax=2$$

Se *a=0* l'equazione è impossibile[3]. Se $a\neq 0$ si trova:

$$x=-\frac{2}{3a}$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales

[1] Ho posto $b^2-4b+4=(2-b)^2$ perché mi fa più comodo.
[2] Infatti in questo caso si ottiene $0\cdot x=0$ e qualsiasi numero moltiplicato per 0 fornisce 0 come risultato.
[3] Infatti in questo caso si ha $0\cdot x=2$ e non esiste un numero che, moltiplicato per 0, dia un risultato non nullo.