Esercizio 6

Risolvere la seguente equazione:

$$2\left|\frac{1}{2}x-2\right|-x=\left|\frac{x+3}{2}\right|$$

Consideriamo i termini in valore assoluto:

$$\frac{1}{2}x-2>0 \quad \rightarrow \quad x-4>0 \quad x>4$$

Quindi:

$$\left|\frac{1}{2}x-2\right|=\frac{1}{2}x-2 \quad se \quad x>4 \qquad \left|\frac{1}{2}x-2\right|=-\frac{1}{2}x+2 \quad se\ x<4$$

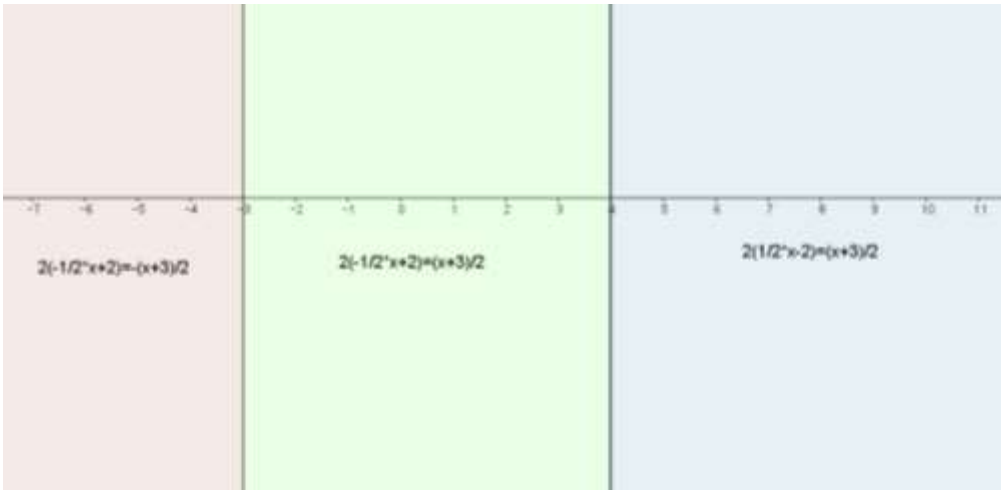
Per quanto riguarda il termine a secondo membro troviamo:

$$\frac{x+3}{2}>0 \quad \rightarrow \quad x+3>0 \quad \rightarrow \quad x>-3$$

Ma allora:

$$\left|\frac{x+3}{2}\right|=\frac{x+3}{2} \quad se \quad x>-3 \qquad \left|\frac{x+3}{2}\right|=-\frac{x+3}{2} \quad se \quad x<-3$$

Facciamo un grafico per capire meglio come scrivere l'equazione nei vari intervalli:



Possiamo scrivere:

$$\begin{cases} 2\left(-\frac{1}{2}x+2\right)-x=-\frac{x+3}{2} & se \quad x<-3 \\ 2\left(-\frac{1}{2}x+2\right)-x=\frac{x+3}{2} & se \ -3<x<4 \\ 2\left(\frac{1}{2}x-2\right)-x=\frac{x+3}{2} & se \ x>4 \end{cases}$$

Consideriamo l'intervallo in rosa in figura ($x<-3$). Posiamo scrivere l'equazione nel seguente modo:

$$2\left(-\frac{1}{2}x+2\right)-x=-\frac{x+3}{2} \quad \rightarrow \quad -x+4-x=-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$$

$$-2x+\frac{1}{2}x=-4-\frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad -\frac{3}{2}x=-\frac{11}{2} \quad \rightarrow \quad x=\frac{11}{3}$$

Questa soluzione non è accettabile perché esterna all'intervallo considerato.
Consideriamo il secondo intervallo: $-3<x<4$ (quello in verde di figura) e scriviamo l'equazione:

$$2\left(-\frac{1}{2}x+2\right)-x=\frac{x+3}{2} \quad \rightarrow \quad -x+4-x=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$

$$-2x-\frac{1}{2}x=-4+\frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad -\frac{5}{2}x=-\frac{5}{2} \quad \rightarrow \quad x=1$$

Questa soluzione è accettabile perché interna all'intervallo considerato.
Consideriamo adesso l'ultimo intervallo: $x>4$

$$2\left(\frac{1}{2}x-2\right)-x=\frac{x+3}{2} \quad \rightarrow \quad x-4-x=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$

$$-\frac{1}{2}x=4+\frac{3}{2} \quad \rightarrow \quad -\frac{1}{2}x=\frac{11}{2} \quad \rightarrow \quad x=-11$$

Non è accettabile.

L'unica soluzione accettabile è $x=1$.

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales