Esercizio 2

Semplificare la seguente frazione algebrica:

$$\frac{x^3-2x-4}{9x^2+18x+18}\cdot\frac{\frac{3x-5}{x^2-4}+\frac{2}{x-2}}{\frac{5}{2x}+\frac{5}{x}+1}\cdot\frac{15+2x}{1-25x^2}=$$

Prima di tutto determiniamo le condizioni di esistenza: $x\neq 0$. Consideriamo il trinomio di terzo grado al numeratore della prima frazione. Notiamo che sostituendo x=2 si ottiene:

$$2^3-2\cdot 2-4=8-4-4=0$$

Quindi è divisibile per *x-2*. Facciamo la divisione:

$$\begin{array}{rrr|l}
x^3 & & -2x-4 & x-2 \\
\hline
 & & & x^2+2x+2 \\
-x^3 & +2x^2 & & \\
\hline
 & 2x^2 & -2x-4 & \\
 & -2x^2 & +4x & \\
\hline
 & & 2x-4 & \\
 & & -2x+4 & \\
\hline
 & & 0 &
\end{array}$$

Ricordando anche che $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ possiamo scrivere:

$$=\frac{(x^2+2x+2)(x-2)}{9(x^2+2x+2)}\cdot\frac{\frac{3x-5}{(x+2)(x-2)}+\frac{2}{x-2}}{\frac{5+10+2x}{2x}}\cdot\frac{15+2x}{(1+5x)(1-5x)}=$$

Semplifichiamo e procediamo con i conti:

$$=\frac{x-2}{9}\cdot\frac{\frac{3x-5+2(x+2)}{(x+2)(x-2)}}{\frac{15+2x}{2x}}\cdot\frac{15+2x}{(1+5x)(1-5x)}=$$

$$=\frac{x-2}{9}\cdot\frac{\frac{3x-5+2x+4}{(x+2)(x-2)}}{\frac{15+2x}{2x}}\cdot\frac{15+2x}{(1+5x)(1-5x)}=$$

$$=\frac{x-2}{9}\cdot\frac{\frac{5x-1}{(x+2)(x-2)}}{\frac{15+2x}{2x}}\cdot\frac{15+2x}{(1+5x)(1-5x)}=$$

Ora possiamo eseguire la divisione e le moltiplicazioni tenendo presente che deve essere

$$x\neq\pm 2; x\neq-\frac{15}{2}; x\neq\pm\frac{1}{5}$$

$$= \frac{x-2}{9} \cdot \frac{5x-1}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{2x}{15+2x} \cdot \frac{15+2x}{(1+5x)(1-5x)} =$$

Semplificando:

$$= \frac{2x(5x-1)}{9(x+2)(1+5x)(1-5x)} =$$

Raccogliamo -1 al numeratore:

$$= \frac{-2x(1-5x)}{9(x+2)(1+5x)(1-5x)} =$$

E semplifichiamo:

$$= \frac{-2x}{9(x+2)(1+5x)}$$

Riscriviamo le condizioni di esistenza:

$$x \neq 0\,, x \neq \pm 2, x \neq -\frac{15}{2}, x \neq \pm\frac{1}{5}$$

Matilde Consales