Esercizio 4

Semplificare la seguente frazione algebrica:

$$\left(\frac{9}{8x^2+8x-16}-\frac{3}{8x^2-8x}+\frac{1}{4x^2-8x}\right)\frac{x^3-4x}{x^2-2x+1}=$$

Osserviamo che il denominatore dell'ultima frazione è il quadrato di un binomio[1] e raccogliamo i fattori comuni dagli altri denominatori.

$$=\left(\frac{9}{8(x^2+x-2)}-\frac{3}{8x(x-1)}+\frac{1}{4x(x-2)}\right)\frac{x(x^2-4)}{(x-1)^2}=$$

I passaggi fatti fin qui sono leciti se $x \neq 1$ *e* $x \neq 2$. Notiamo che il trinomio presente al primo denominatore è divisibile per *x-1*[2]. Facciamo la divisione:

$$\begin{array}{rrr|l}
x^2 & +x & -2 & x-1 \\ \cline{4-4}
 & & & x+2 \\
-x^2 & +x & -2 & \\ \hline
 & 2x & -2 & \\ \hline
 & -2x & +2 & \\ \hline
 & & 0 &
\end{array}$$

Possiamo scrivere:

$$x^2+x-2=(x-1)(x+2)$$

Quindi:

$$=\left(\frac{9}{8(x-1)(x+2)}-\frac{3}{8x(x-1)}+\frac{1}{4x(x-2)}\right)\frac{x(x+2)(x-2)}{(x-1)^2}=$$

Deve essere $x \neq -2$. Eseguiamo la somma tra parentesi. Il denominatore comune è

$$8x(x-1)(x-2)(x+2)$$

$$=\frac{9x(x-2)-3(x-2)(x+2)+2(x-1)(x+2)}{8x(x-1)(x-2)(x+2)}\cdot\frac{x(x+2)(x-2)}{(x-1)^2}=$$

$$=\frac{9x^2-18x-3(x^2-4)+2(x^2+x-2)}{8(x-1)}\cdot\frac{1}{(x-1)^2}=$$

$$=\frac{9x^2-18x-3x^2+12+2x^2+2x-4}{8(x-1)}\cdot\frac{1}{(x-1)^2}=$$

$$=\frac{8x^2-16x+8}{8(x-1)}\cdot\frac{1}{(x-1)^2}=\frac{8(x^2-2x+1)}{8(x-1)}\cdot\frac{1}{(x-1)^2}=$$

---

[1] Ricordiamo che $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

[2] Infatti se sostituiamo 1 alla x otteniamo 0.

$$= \frac{(x-1)^2}{(x-1)} \cdot \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{1}{x-1}$$

Riscriviamo le condizioni di esistenza:

$$x \neq 1\,, x \neq \pm 2$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales