

Esercizio 1

Su una circonferenza inserire nell'ordine i punti A, B, C, D, E ed F in modo che tra gli archi sussistano le seguenti relazioni:

$$\widehat{AB} = \widehat{CD} = \widehat{EF}$$

Dimostrare che i triangoli CDE e BDF sono congruenti.

Svolgimento

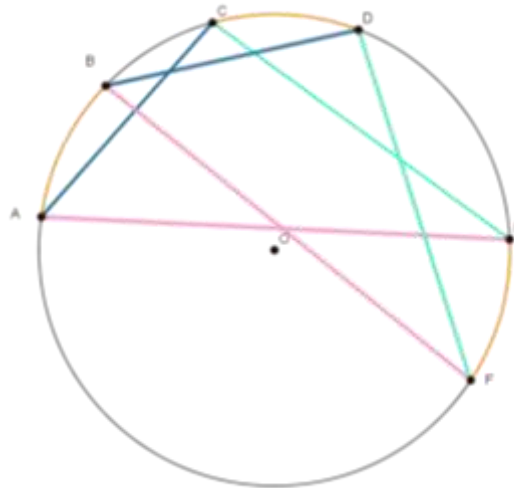
Ipotesi:

$$\widehat{AB} = \widehat{CD} = \widehat{EF}$$

Tesi:

CDE e BDF sono congruenti

Facciamo la figura con Geogebra:



Consideriamo il segmento \overline{AC} . Sottende l'arco \widehat{AC} . Sempre dalla figura vediamo che:

$$\widehat{AC} = \widehat{AB} + \widehat{BC}$$

Consideriamo il segmento \overline{BD} . Sottende l'arco \widehat{BD} . Sempre dalla figura vediamo che:

$$\widehat{BD} = \widehat{BC} + \widehat{CD}$$

Sappiamo che $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ per ipotesi quindi:

$$\widehat{AC} = \widehat{BD}$$

Perché l'arco BC è un addendo in comune. Ma archi congruenti sono sottesi da corde congruenti quindi:

$$\overline{AC} = \overline{BD}$$

Consideriamo adesso il segmento \overline{CE} che sottende l'arco \widehat{CE} . Vediamo che:

$$\widehat{CE} = \widehat{CD} + \widehat{DE}$$

Consideriamo il segmento \overline{DF} . Sottende l'arco \widehat{DF} . Sempre dalla figura vediamo che:

$$\widehat{DF} = \widehat{DE} + \widehat{EF}$$

Sappiamo che $\widehat{CD} = \widehat{EF}$ per ipotesi quindi:

$$\widehat{CE} = \widehat{DF}$$

Questa volta l'addendo in comune è \widehat{DE} . Ma allora

$$\overline{CE} = \overline{DF}$$

Analogamente si ha:

$$\widehat{AE} = \widehat{AF} + \widehat{EF}$$

E

$$\widehat{BF} = \widehat{AB} + \widehat{AF}$$

Ma per ipotesi

$$\widehat{AB} = \widehat{EF}$$

Quindi:

$$\widehat{AE} = \widehat{BF}$$

Concludiamo che:

$$\overline{AE} = \overline{BF}$$

Abbiamo dimostrato che i due triangoli ACE e BDF hanno tutti e tre i lati congruenti quindi sono congruenti per il terzo criterio di congruenza.

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales