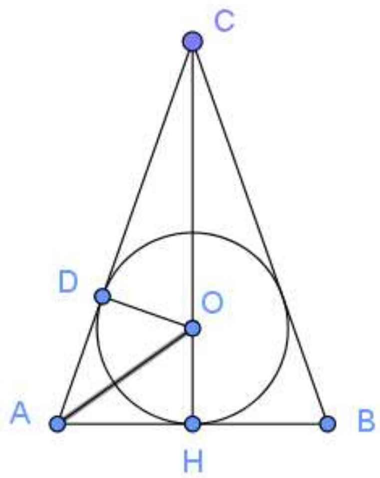
Esercizio 10

Il triangolo .di figura è isoscele ed è circoscritto ad una circonferenza. Sapendo che $\overline{AH} = 5cm$ e $\overline{CD} = 8cm$ determinare il raggio della circonferenza.



Svolgimento

Osserviamo che i triangoli DOA e AOH sono congruenti infatti:

- $\overline{DO} \cong \overline{OH}$ perché sono raggi della circonferenza;
- Il lato $\overline{OA}$ è in comune;
- Gli angoli ODA e OHA sono congruenti e retti: ODA=90° perché è formato dal raggio della circonferenza OD e dalla retta tangente alla circonferenza nel punto D. OHA=90° perché CH è l'altezza del triangolo e, essendo ABC isoscele è anche mediana e bisettrice dell'angolo ACH. Essendo bisettrice passa per il centro della circonferenza inscritta.

I due triangoli rettangoli hanno l'ipotenusa in comune e un cateto congruenti quindi sono congruenti. Ma allora:

$$\overline{AH} \cong \overline{AD}$$

Da cui si deduce:

$$\overline{AC} = \overline{AD} + \overline{DC} = \overline{AH} + \overline{DC} = (5+8)cm = 13cm$$

Consideriamo adesso i due triangoli COD e CHA.

- Sono rettangoli: $\widehat{CDO} \cong \widehat{CHA} = 90°$;
- L'angolo in C è in comune;
- $\widehat{COD} \cong \widehat{CAH}$ per differenza (la somma degli angoli interni di un triangolo è 180°).

I due triangoli sono simili. Possiamo scrivere la seguente proporzione:

$$\overline{AH} : \overline{OD} = \overline{CH} : \overline{CD} \qquad (1)$$

Applichiamo il teorema di Pitagora al triangolo CHA:

$$\overline{CH} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{AH}^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12cm$$

Sostituendo nella (1):

$$5 : \overline{OD} = 12 : 8$$

Da cui si ricava:

$$\overline{OD} = \frac{5 \cdot 8}{12} = \frac{40}{12} = \frac{10}{3} cm$$

Il raggio della circonferenza misura $\frac{10}{3} cm$.

Matilde Consales