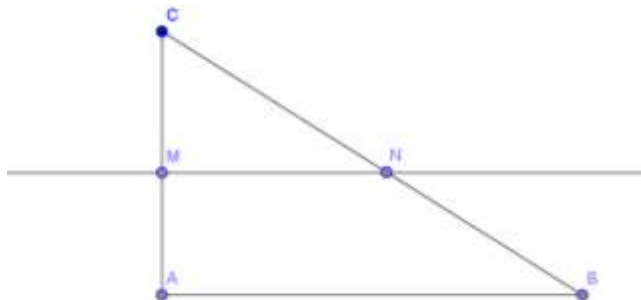


Esercizio 11

In un triangolo rettangolo ABC le misure, in centimetri, dei cateti sono $\overline{CA} = 10$ e $\overline{AB} = 2 \cdot \overline{CA}$. Determina la distanza del cateto maggiore da una retta ad esso parallela che divide la figura in due parti equivalenti.

Svolgimento

Facciamo il disegno.



Poniamo $\overline{AM} = x$. La relazione che ci fornisce il problema riguarda le aree. Troviamo l'area del triangolo:

$$A_{ABC} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{2}$$

Ma $\overline{AB} = 2 \cdot \overline{AC} = 2 \cdot 10\text{cm} = 20\text{cm}$:

$$A_{ABC} = \frac{20 \cdot 10}{2} = 100\text{cm}^2$$

La retta sostegno del segmento \overline{MN} divide il triangolo in due parti equivalenti quindi deve essere:

$$A_{CMN} = A_{AMNB} = \frac{1}{2} A_{ABC} = 50\text{cm}^2$$

Ma:

$$A_{CMN} = \frac{\overline{CM} \cdot \overline{MN}}{2} \quad (1)$$

E

$$\overline{CM} = \overline{CA} - \overline{AM} = 10 - x$$

Sostituendo nella (1):

$$50 = \frac{(10 - x) \cdot \overline{MN}}{2} \rightarrow (10 - x) \cdot \overline{MN} = 100 \quad (2)$$

Consideriamo il trapezio. Scriviamo la relazione dell'area:

$$A_{AMNB} = \frac{(\overline{AB} + \overline{MN}) \cdot \overline{AM}}{2}$$

Sostituiamo i valori che conosciamo:

$$50 = \frac{(20 + \overline{MN}) \cdot x}{2} \rightarrow (20 + \overline{MN}) \cdot x = 100$$

Troviamo \overline{MN} in funzione di x :

$$20x + \overline{MN} \cdot x = 100 \quad \rightarrow \quad \overline{MN} = \frac{100 - 20x}{x} = \frac{20(5 - x)}{x}$$

Sostituendo nella (2) troviamo:

$$(10 - x) \frac{20(5 - x)}{x} = 100 \quad \rightarrow \quad (10 - x) \frac{5 - x}{x} = 5$$

Risolviamo l'equazione:

$$(10 - x)(5 - x) = 5x$$

$$50 - 10x - 5x + x^2 - 5x = 0$$

$$x^2 - 20x + 50 = 0$$

$$x_{1-2} = 10 \pm \sqrt{100 - 50} = 10 \pm \sqrt{50} = 10 \pm 5\sqrt{2}$$

La soluzione $\overline{AM} = 10 + 5\sqrt{2}$ non è accettabile perché non può essere $\overline{AM} > \overline{AC}$ quindi la retta parallela ad \overline{AB} che divide il triangolo in due parti equivalenti dista $(10 - 5\sqrt{2})cm$ dal cateto maggiore.

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales