

Esercizio 2

Su un segmento \overline{AB} considera un punto P tale che $\overline{PB} - \overline{AP} = 3\text{cm}$. Determina la lunghezza di \overline{AB} , sapendo che la somma dell'area del quadrato di lato \overline{AP} e di quella del rettangolo di lati \overline{AP} e \overline{PB} è uguale all'area di un quadrato la cui diagonale è $\sqrt{88}\text{cm}$.

Svolgimento

Facciamo la figura con Geogebra:



Leggiamo bene il testo e prendiamo appunti. Dobbiamo determinare la lunghezza del segmento \overline{AB} quindi poniamo $\overline{AB} = x$. Poi sappiamo che $\overline{PB} - \overline{AP} = 3\text{cm}$ poniamo $\overline{AP} = y$. Dobbiamo cercare di esprimere le relazioni che ci fornisce il testo in funzione delle due variabili che abbiamo scelto. Dalla figura vediamo che:

$$\overline{AB} = \overline{AP} + \overline{PB}$$

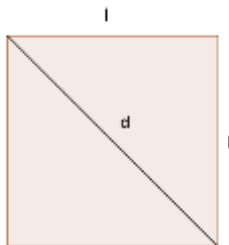
Sostituendo troviamo:

$$x = y + \overline{PB} \quad \rightarrow \quad \overline{PB} = x - y$$

Poi abbiamo:

$$\overline{PB} - \overline{AP} = 3 \quad \rightarrow \quad x - y - y = 3 \quad \rightarrow \quad x - 2y = 3$$

Adesso prendiamo in considerazione l'altra relazione che ci fornisce il testo del problema. Prima di scriverla dobbiamo trovare l'area del quadrato la cui diagonale è $\sqrt{88}\text{cm}$ ¹. Disegniamo il quadrato:



Dobbiamo trovare il lato di un quadrato conoscendo la diagonale. \possiamo usare il teorema di Pitagora:

$$d = \sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{2l^2} = \sqrt{2}l \quad \rightarrow \quad l = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

Sostituendo i valori numerici troviamo:

$$l = \frac{\sqrt{88}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{88}{2}} = \sqrt{44}$$

L'area cercata, quindi, vale:

$$A = l^2 = 44\text{cm}^2$$

¹ Si poteva arrivare subito al risultato ricordando che l'area di un quadrato è $A = \frac{d^2}{2} = \frac{88}{2} = 44\text{cm}^2$.

Abbiamo tutti i dati.

$$\text{Area quadrato di lato } \overline{AP}: \overline{AP}^2 = y^2$$

$$\text{Area del rettangolo di lati } \overline{AP} \text{ e } \overline{PB}: \overline{AP} \cdot \overline{PB} = y(x - y)$$

Dal testo sappiamo che la somma dell'area del quadrato di lato \overline{AP} e di quella del rettangolo di lati \overline{AP} e \overline{PB} è uguale all'area di un quadrato la cui diagonale è $\sqrt{88}cm$ quindi:

$$y^2 + y(x - y) = 44$$

Dal testo sappiamo che:

$$\overline{PB} - \overline{AP} = 3$$

E

$$y^2 + y(x - y) = 44$$

Abbiamo due relazioni e due incognite. Scriviamo il sistema:

$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ y^2 + y(x - y) = 44 \end{cases}$$

Non ci resta che risolvere:

$$\begin{cases} x = 3 + 2y \\ y^2 + y(3 + 2y - y) = 44 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 3 + 2y \\ y^2 + 3y + y^2 = 44 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 3 + 2y \\ 2y^2 + 3y - 44 = 0 \end{cases}$$

Risolviamo l'equazione di secondo grado:

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-44) = 9 + 352 = 361$$

$$y_{1-2} = \frac{-3 \pm \sqrt{361}}{4} = \frac{-3 \pm 19}{4} \quad y_1 = \frac{16}{4} = 4 \quad y_2 = -\frac{22}{4} = -\frac{11}{2} \text{ non accettabile}$$

$$\begin{cases} y = 4 \\ x = 3 + 2 \cdot 4 = 11 \end{cases}$$

Il segmento \overline{AB} misura $11cm$.

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales