

### Esercizio 3

Il triangolo ABC è inscritto in una circonferenza. Il lato AB è congruente al raggio e il lato AC è congruente al diametro. Si prolunghi il lato AC dalla parte di A e si consideri il punto P tale che il segmento AP sia congruente al raggio. Dimostrare che la retta sostegno del segmento PB è tangente alla circonferenza.

### Svolgimento

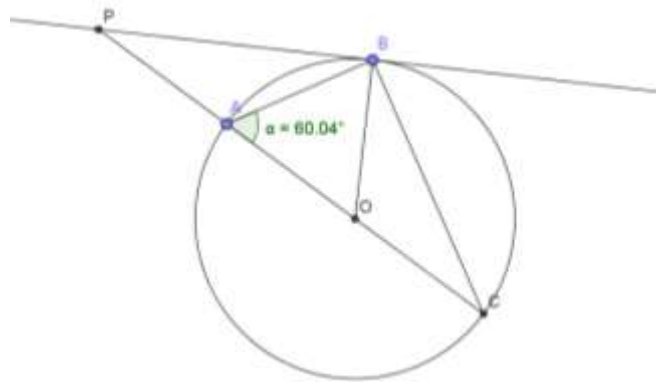
Ipotesi:

$$\overline{AB} \cong \overline{OA}; \quad \overline{AC} \text{ congruente al diametro}; \quad \overline{AP} \cong \overline{OA}$$

Tesi:

*La retta sostegno del segmento  $\overline{PB}$  è tangente alla circonferenza*

Facciamo la figura con Geogebra:



Il triangolo ABC è rettangolo in  $\hat{B}$  perché  $\overline{AC}$  è il diametro della circonferenza e quindi l'angolo  $\widehat{AOC}$  è piatto e insiste sulla semicirconferenza. L'angolo  $\widehat{ABC}$  è l'angolo alla circonferenza che insiste sulla semicirconferenza e di conseguenza è retto.

Il triangolo ABO è equilatero infatti:  $\overline{AO} \cong \overline{BO}$  in quanto raggi della circonferenza e  $\overline{AB} \cong \overline{OA}$  per ipotesi. Ma allora  $\widehat{BAO} \cong \widehat{AOB} \cong \widehat{OBA} = 60^\circ$ .

In particolare  $\widehat{BAC} = 60^\circ$ .

Consideriamo l'angolo  $\widehat{BAP}$ . Dalla figura osserviamo che è supplementare di  $\widehat{BAC}$  e, quindi,  $\widehat{BAP} = 120^\circ$ . Il triangolo BAP è isoscele perché  $\overline{AP} \cong \overline{AB}$  per costruzione. Sappiamo che un triangolo isoscele ha due angoli congruenti. Nel caso in esame  $\widehat{APB} \cong \widehat{PBA}$ . Inoltre dato che la somma degli angoli interni di un triangolo è  $180^\circ$   $\widehat{PBA}$  misura:

$$\widehat{APB} \cong \widehat{PBA} = \frac{180^\circ - \widehat{BAP}}{2} = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$

Ma allora:

$$\widehat{OBP} = \widehat{OBA} + \widehat{PBA} = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$$

Quindi la retta sostegno del segmento  $\overline{PB}$  e il raggio  $\overline{OB}$  sono perpendicolari tra loro. Di conseguenza la retta sostegno del segmento  $\overline{PB}$  è tangente alla circonferenza nel punto B.

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales