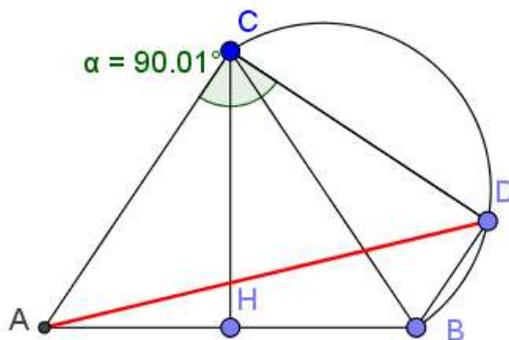


Esercizio 6

Il triangolo ABC, isoscele sulla base AB=4cm, ha area uguale a 6cm^2 . Sulla semicirconferenza di diametro BC esterna al triangolo considerare il punto D in modo che \widehat{ACD} sia retto. Determinare la lunghezza di AD in modo che:

$$\overline{CD}^2 - \overline{BD}^2 = 9$$

Svolgimento



Poniamo $\overline{AD} = x$. Per risolvere il problema dobbiamo trovare CD e BD in funzione di x .

Troviamo AC con il teorema di Pitagora applicato al triangolo rettangolo ACH.

$$\overline{AC}^2 = \overline{CH}^2 + \overline{AH}^2$$

Ora, dato che ABC è isoscele e AB è la base¹:

$$\overline{AH} = \overline{HB} = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{4}{2} \text{ cm} = 2 \text{ cm}$$

Ricaviamo CH dall'area:

$$Area_{ABC} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{CH}}{2} \rightarrow 6 = \frac{4 \cdot \overline{CH}}{2} \rightarrow 6 = 2\overline{CH} \rightarrow \overline{CH} = 3 \text{ cm}$$

Quindi:

$$\overline{AC}^2 = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$$

Consideriamo ora il triangolo ACD, rettangolo in C per costruzione. Applicando il teorema di Pitagora possiamo scrivere:

$$\overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 - \overline{AC}^2 = x^2 - 13$$

Focalizziamo adesso la nostra attenzione sul triangolo CBD. È rettangolo in D infatti \overline{CB} è il diametro della semicirconferenza per costruzione² determiniamo \overline{BD} applicando il teorema di Pitagora:

$$\overline{BD}^2 = \overline{CB}^2 - \overline{CD}^2 = 13 - (x^2 - 13) = 13 - x^2 + 13 = 26 - x^2$$

¹ Ricordiamo che in un triangolo isoscele l'altitudine relativa alla base è anche mediana e bisettrice.

² Ricordiamo che l'angolo alla circonferenza che insiste sul diametro è retto.

Sostituendo nella relazione data dal testo del problema troviamo:

$$\overline{CD}^2 - \overline{BD}^2 = 9$$

$$x^2 - 13 - (26 - x^2) = 9$$

$$x^2 - 13 - 26 + x^2 = 9 \quad \rightarrow \quad 2x^2 - 39 = 9$$

$$2x^2 = 48 \quad \rightarrow \quad x^2 = 24 \quad \rightarrow \quad x = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$\overline{AD} = 2\sqrt{6}cm$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales