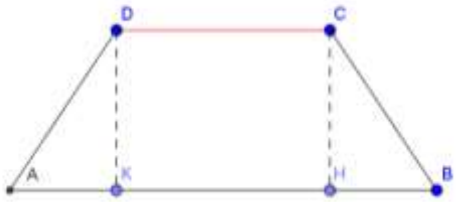
Esercizio 7

La base maggiore e l'altezza di un trapezio isoscele misurano rispettivamente 10cm e 3cm. determinare la base minore in modo che la somma dei quadrati costruiti sulla base minore e sul lato obliquo sia equivalente al doppio del trapezio.

Svolgimento



Poniamo $\overline{DC} = x$. Scriviamo l'equazione da risolvere.

$$\overline{DC}^2 + \overline{AD}^2 = 2\frac{(\overline{AB} + \overline{DC}) \cdot \overline{DK}}{2} \qquad (1)$$

Sostituiamo nella relazione appena scritta i valori che conosciamo:

$$x^2 + \overline{AD}^2 = (10 + x) \cdot 3 \qquad (2)$$

Dobbiamo determinare il lato obliquo AD in funzione di x. Applichiamo il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo ADK:

$$\overline{AD}^2 = \overline{DK}^2 + \overline{AK}^2 \qquad (3)$$

Ma il trapezio è isoscele quindi i lati obliqui AD e CB sono congruenti e i triangoli ADK e CHB sono congruenti quindi:

$$\overline{AK} = \frac{\overline{AB} - \overline{DC}}{2} = \frac{10 - x}{2}$$

Possiamo determinare $\overline{AD}^2$ dalla (3):

$$\overline{AD}^2 = 3^2 + \left(\frac{10 - x}{2}\right)^2$$

$$\overline{AD}^2 = 9 + \frac{100 - 20x + x^2}{4}$$

$$\overline{AD}^2 = \frac{36 + 100 - 20x + x^2}{4} = \frac{x^2 - 20x + 136}{4}$$

Sostituiamo nella (2):

$$x^2 + \frac{x^2 - 20x + 136}{4} = 30 + 3x$$

Risolviamo questa equazione:

$$\frac{4x^2 + x^2 - 20x + 136}{4} = \frac{120 + 12x}{4}$$

$$5x^2 - 20x + 136 - 120 - 12x = 0$$

$$5x^2 - 32x + 16 = 0$$

$$x_{1-2} = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 - 5 \cdot 16}}{5} = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 80}}{5} = \frac{16 \pm \sqrt{176}}{5}$$

Scomponiamo 176 in fattori primi:

$$176 = 2^4 \cdot 11 \quad \rightarrow \quad \sqrt{176} = \sqrt{2^4 \cdot 11} = 4\sqrt{11}$$

Quindi:

$$x_{1-2} = \frac{16 \pm 4\sqrt{11}}{5}$$

Le soluzioni sono entrambe accettabili. Possiamo scrivere:

$$\overline{DC} = \frac{16 \pm 4\sqrt{11}}{5}$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales