

Esercizio 23:

Calcolare il seguente integrale.

$$\int \frac{x^3 + 4x + 4}{x^2 + 4} dx$$

Svolgimento:

È l'integrale di una frazione. Il denominatore ha grado minore del numeratore. Il denominatore non è scomponibile in fattori primi. Facciamo la divisione tra polinomi:

$$\begin{array}{r|l} x^3 & +4x+4 \\ -x^3 & -4x \\ \hline & 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^2+4 \\ \hline x \end{array}$$

Il quoziente è x ed il resto vale 4 . Possiamo scrivere:

$$\begin{aligned} \int \frac{x^3 + 4x + 4}{x^2 + 4} dx &= \int x dx + \int \frac{4}{x^2 + 4} dx = \\ &= \frac{x^2}{2} + \int \frac{4}{x^2 + 4} dx = \end{aligned}$$

Consideriamo il secondo integrale e raccogliamo 4 al denominatore:

$$= \frac{x^2}{2} + 4 \int \frac{dx}{4\left(\frac{x^2}{4} + 1\right)} = \frac{x^2}{2} + \int \frac{dx}{\left(\frac{x^2}{4} + 1\right)} =$$

Sostituiamo $t = \frac{x}{2}$ $dt = \frac{dx}{2}$ $\rightarrow dx = 2dt$:

$$= \frac{x^2}{2} + 2 \int \frac{dt}{t^2 + 1} = \frac{x^2}{2} + 2 \arctg t + C$$

Quindi:

$$\int \frac{x^3 + 4x + 4}{x^2 + 4} dx = \frac{x^2}{2} + 2 \arctg \frac{x}{2} + C$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales