

**Esercizio 29:**

Calcolare il seguente integrale.

$$\int \frac{x^2 + x + 2}{x^2 + 16} dx$$

**Svolgimento:**

È l'integrale di una frazione. Il denominatore ha grado uguale al numeratore. Il denominatore non è scomponibile in fattori primi. Facciamo la divisione tra polinomi:

$$\begin{array}{r|l} x^2 + x + 2 & x^2 + 16 \\ \hline & 1 \\ \hline -x^2 - 16 & \\ \hline & x - 14 \end{array}$$

Il quoziente è 1 ed il resto vale  $x-14$ . Possiamo scrivere:

$$\int dx + \int \frac{x - 14}{x^2 + 16} dx =$$

Consideriamo il secondo integrale e scriviamolo nel seguente modo:

$$\begin{aligned} &= \int dx + \int \frac{x}{x^2 + 16} dx - \int \frac{14}{x^2 + 16} dx = \\ &= \int dx + \int \frac{x}{x^2 + 16} dx - 14 \int \frac{1}{16 \left( \frac{x^2}{16} + 1 \right)} dx = \\ &= \int dx + \frac{1}{2} \int \frac{2x}{x^2 + 16} dx - \frac{14}{16} \int \frac{1}{\left[ \left( \frac{x}{4} \right)^2 + 1 \right]} dx = \\ &= x + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 16) - \frac{7}{8} \cdot 4 \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{4} + C \end{aligned}$$

Quindi:

$$\int \frac{x^2 + x + 2}{x^2 + 16} dx = x + \ln \sqrt{x^2 + 16} - \frac{7}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{4} + C$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales