

**Esercizio 9:**

Calcolare il seguente integrale.

$$\int \frac{1}{x^2 + 9} dx$$

**Svolgimento:**

È l'integrale di una frazione. Al denominatore abbiamo un binomio di secondo grado con  $\Delta < 0$ .  
Come fare?

Ricordiamo che:

$$\int \frac{1}{x^2 + 1} dx = \operatorname{arctg} x + C$$

Raccogliamo 9 al denominatore:

$$\int \frac{1}{9\left(\frac{x^2}{9} + 1\right)} dx = \frac{1}{9} \int \frac{1}{\left[\left(\frac{x}{3}\right)^2 + 1\right]} dx =$$

Per sostituzione:

$$t = \frac{x}{3} \quad \rightarrow \quad dt = \frac{1}{3} dx$$

$$= \frac{1}{3} \int \frac{1}{\left[\left(\frac{x}{3}\right)^2 + 1\right]} \frac{1}{3} dx = \frac{1}{3} \int \frac{1}{t^2 + 1} dt = \frac{1}{3} \operatorname{arctg} t + C$$

Quindi:

$$\int \frac{1}{x^2 + 9} dx = \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + C$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales