

**Esercizio 15:**

Calcolare il seguente integrale.

$$\int_4^{+\infty} \frac{x}{x^2 - 3} dx$$

**Svolgimento:**

È un integrale improprio. Dobbiamo calcolare:

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} \int_4^z \frac{x}{x^2 - 3} dx$$

Intanto troviamo

$$\int_4^z \frac{x}{x^2 - 3} dx =$$

Moltiplichiamo numeratore e denominatore per 2:

$$= \int_4^z \frac{2x}{2(x^2 - 3)} dx =$$

Procediamo per sostituzione:

$$\begin{aligned} t = x^2 - 3 &\rightarrow dt = 2x dx \\ \text{se } x = 4 \quad t = 16 - 3 = 13 &\quad \text{se } x = z \quad t = z^2 - 3 \end{aligned}$$

Quindi:

$$= \frac{1}{2} \int_{13}^{z^2-3} \frac{dt}{t} = \frac{1}{2} \ln|t| \Big|_{13}^{z^2-3} = \frac{1}{2} [\ln(z^2 - 3) - \ln 13] = \frac{1}{2} \ln \frac{z^2 - 3}{13} = \ln \sqrt{\frac{z^2 - 3}{13}}$$

Adesso calcoliamo il limite:

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} \ln \sqrt{\frac{z^2 - 3}{13}} = +\infty$$

L'integrale diverge.

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales