

**Esercizio 16:**

Calcolare il seguente integrale.

$$\int_0^{+\infty} (x - 2)e^{-x} dx$$

**Svolgimento:**

È un integrale improprio. Dobbiamo calcolare:

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} \int_0^z (x - 2)e^{-x} dx$$

Intanto troviamo

$$\int_0^z (x - 2)e^{-x} dx =$$

Procediamo per parti:

$$\begin{aligned} f(x) &= x - 2 & g(x) &= -e^{-x} \\ f'(x) &= dx & g'(x) &= e^{-x} \end{aligned}$$

Quindi:

$$\begin{aligned} &= -(x - 2)e^{-x} \Big|_0^z + \int_0^z e^{-x} dx = \\ &= (2 - z)e^{-z} + 2 - e^{-x} \Big|_0^z = (2 - z)e^{-z} + 2 - e^{-z} + 1 = \\ &= e^{-z} - ze^{-z} + 3 = \frac{1 - z}{e^z} + 3 \end{aligned}$$

Adesso calcoliamo il limite:

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} \left( \frac{1 - z}{e^z} + 3 \right) = 3$$

L'integrale converge.

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales