

## Iperbole

L'iperbole è il luogo dei punti per i quali la differenza delle distanze da due punti fissi detti **fuochi** rimane costante.

Vedi figura:

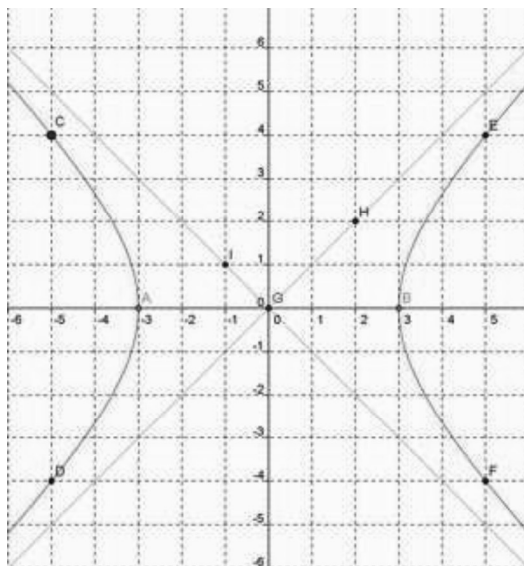


Figura 1 Iperbole equilatera.

Se i fuochi si trovano sull'asse delle ascisse e l'origine degli assi è il punto medio del segmento avente come estremi i due fuochi (come in figura) l'equazione dell'iperbole è data da:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

In questo caso la curva incontra l'asse delle x nei due punti  $A_1 \equiv (-a, 0)$  e  $A_2 \equiv (a, 0)$

Gli asintoti (assi indicati in azzurro in figura) hanno equazione:

$$y = \pm \frac{b}{a} x$$

Coordinate dei fuochi dell'iperbole:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Si trova:

$$F_1 \equiv (-c, 0) \quad F_2 \equiv (c, 0).$$

Se i fuochi si trovano sull'asse delle ordinate e l'origine degli assi è il punto medio del segmento avente come estremi i due fuochi l'equazione dell'iperbole è data da:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$$

In questo caso la curva incontra l'asse delle y nei due punti  $A_1 \equiv (0, -b)$  e  $A_2 \equiv (0, b)$

Gli asintoti hanno equazione:

$$y = \pm \frac{b}{a} x$$

Coordinate dei fuochi dell'iperbole:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Si trova:

$$F_1 \equiv (0, -c) \quad F_2 = (0, c).$$

L'iperbole si dice equilatera se  $a=b$ . In questo caso l'equazione canonica, nel caso l'asse focale si trovi sull'asse x, diventa:

$$x^2 - y^2 = a^2$$

Mentre se l'asse focale si trova sull'asse y si ha:

$$x^2 - y^2 = -a^2$$

L'iperbole equilatera ha gli asintoti perpendicolari tra loro ed aventi equazione  $y = \pm x$ .

In questo caso si possono utilizzare gli asintoti come sistema di riferimento e l'equazione dell'iperbole diventa:

$$xy = \frac{a^2}{2}$$