

Esercizio 4

Determinare l'equazione, riferita agli assi, dell'iperbole equilatera che passa per il punto $P \equiv (5, 4)$.
Calcolare poi le coordinate dei vertici, dei fuochi e le equazioni degli asintoti.

Svolgimento

Scrivo l'equazione di una generica iperbole equilatera:

$$x^2 - y^2 = \pm a^2$$

Sostituendo le coordinate del punto P trovo:

$$5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$$

Quindi i fuochi si trovano sull'asse delle ascisse e l'equazione cercata è:

$$x^2 - y^2 = 9$$

Ha l'asse focale sull'asse delle ascisse quindi i vertici si trovano sull'asse delle ascisse e per trovarli basta porre $y=0$:

$$x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$$

Vertici:

$$V_1 \equiv (-3, 0) \quad V_2 \equiv (3, 0)$$

Per trovare le coordinate dei fuochi uso la relazione:

$$c^2 = 2a^2 \rightarrow c^2 = 2 * 9 = 18 \rightarrow c = \pm\sqrt{18} = \pm 3\sqrt{2}$$

Fuochi:

$$F_1 \equiv (-3\sqrt{2}, 0) \quad F_2 \equiv (3\sqrt{2}, 0)$$

Asintoti:

$$y = \pm x$$

