

Esercizio 5

Determinare l'equazione, riferita agli assi, dell'iperbole equilatera che passa per il punto $P \equiv (1, 2)$.

Svolgimento

Scrivo l'equazione di una generica iperbole equilatera:

$$x^2 - y^2 = \pm a^2$$

Sostituendo le coordinate del punto P trovo:

$$1^2 - 2^2 = 1 - 4 = -3$$

Quindi i fuochi si trovano sull'asse delle ordinate e l'equazione cercata è:

$$x^2 - y^2 = -3$$

Per verificare che i fuochi si trovano sull'asse delle ordinate basta porre $y=0$: si trova $x^2 = -3$.

Questa equazione non ha soluzioni quindi l'iperbole non interseca l'asse x. È un'iperbole equilatera quindi gli asintoti sono le due rette di equazione $y = \pm x$. I due fuochi hanno coordinate

$F_1 \equiv (0, -c)$ e $F_2 \equiv (0, c)$ dove $c = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2 * 3} = \sqrt{6}$.

