

Quesito 1

Determinare l'espressione analitica della funzione $y=f(x)$ sapendo che la retta $y = -2x + 5$ è tangente al grafico di f nel secondo quadrante e che $f'(x) = -2x^2 + 6$.

Svolgimento

Determiniamo l'espressione di una primitiva della funzione $f'(x)$:

$$f(x) = \int f'(x)dx = \int (-2x^2 + 6) dx = -2\frac{x^3}{3} + 6x + k$$

La retta tangente ha coefficiente angolare -2 . Dobbiamo vedere se esiste un punto x_0 tale che:

$$f'(x_0) = -2$$

Sostituendo si ottiene:

$$-2x^2 + 6 = -2 \quad \rightarrow \quad -2x^2 + 8 = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 = 4 \quad \rightarrow \quad x_{1-2} = \pm 2$$

La retta è tangente al grafico della funzione per $x < 0$ (nel secondo quadrante) quindi dobbiamo scegliere:

$$x_0 = -2$$

Calcoliamo l'ordinata del punto di tangenza:

$$y_0 = -2(-2) + 5 = 9$$

Il punto di tangenza è:

$$P = (-2, 9)$$

A questo punto dobbiamo determinare k in modo che $f(x)$ passi per il punto P .

$$y_0 = f(x_0)$$

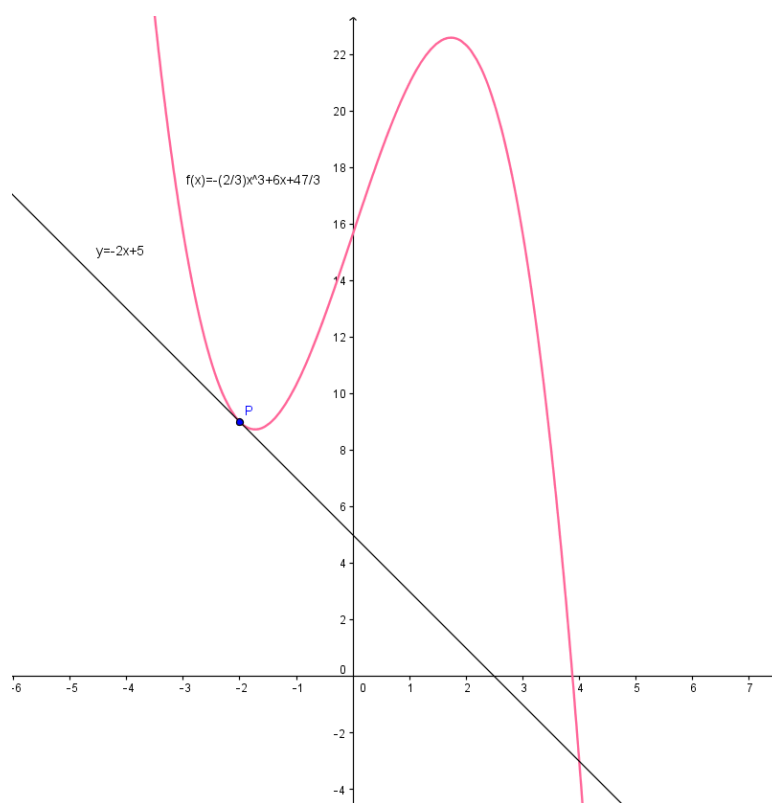
$$9 = -2\frac{(-2)^3}{3} + 6(-2) + k \quad \rightarrow \quad 9 = \frac{16}{3} - 12 + k \quad \rightarrow \quad k = 9 - \frac{16}{3} + 12$$

$$k = 21 - \frac{16}{3} = \frac{47}{3}$$

La funzione cercata è:

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + 6x + \frac{47}{3}$$

Facciamo il grafico con Geogebra per verifica.



Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales