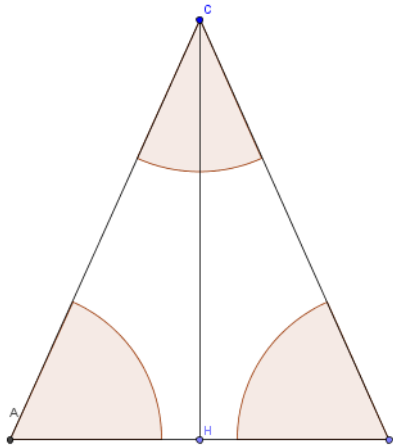


Quesito 8

I lati di un triangolo misurano, rispettivamente, 6cm, 6cm e 5cm. Preso a caso un punto P all'interno del triangolo, qual è la probabilità che P disti più di 2cm. da tutti e tre i vertici del triangolo?

Svolgimento

Il triangolo proposto è rappresentato in figura dove $AB=5\text{cm}$, $AC=BC=6\text{cm}$.



Le zone in rosa sono i settori circolari aventi come centro il vertice del triangolo e raggio di 2cm. La probabilità richiesta è quella che un punto si trovi nella zona “bianca” all'interno del triangolo ed è data da:

$$P = \frac{A_b}{A_t}$$

dove A_b è l'area della zona “bianca” e A_t è l'area del triangolo.
Troviamo l'area del triangolo:

$$A_t = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{CH}}{2}$$

Applicando il teorema di Pitagora:

$$\overline{CH} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{AH}^2}$$

Dato che il triangolo è isoscele:

$$\overline{AH} = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{5}{2} \text{ cm}$$

Quindi:

$$\overline{CH} = \sqrt{6^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \sqrt{36 - \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{144 - 25}{4}} = \frac{\sqrt{119}}{2} \text{ cm}$$

Area del triangolo:

$$A_t = \frac{1}{2} 5 \frac{\sqrt{119}}{2} = \frac{5\sqrt{119}}{4} \text{ cm}^2$$

Adesso dobbiamo trovare l'area della zona "bianca" che è data da:

$$A_b = A_t - A_r$$

Dove A_r è l'area della zona "rosa".

L'area della zona "rosa" è data dalla somma delle aree dei tre settori circolari aventi per centro un vertice del triangolo e raggio di 2cm. Poiché la somma degli angoli interni di un triangolo vale 180° tale superficie è pari a quella di un semicerchio di raggio 2cm. Quindi possiamo scrivere:

$$A_r = \frac{\pi}{2} r^2 = \frac{\pi}{2} 4 \text{cm}^2 = 2\pi \text{cm}^2$$

A questo punto possiamo calcolare l'area della zona "bianca":

$$A_b = \left(\frac{5\sqrt{119}}{4} - 2\pi \right) \text{cm}^2$$

E la probabilità:

$$P = \frac{\left(\frac{5\sqrt{119}}{4} - 2\pi \right) \text{cm}^2}{\frac{5\sqrt{119}}{4} \text{cm}^2} = 1 - \frac{8\pi}{5\sqrt{119}}$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales