

Quesito 6

Si stabilisca se la seguente affermazione è vera o falsa, giustificando la risposta:

Esiste un polinomio $P(x)$ tale che:

$$|P(x) - \cos x| \leq 10^{-3} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Svolgimento

Si vede subito che l'affermazione è falsa. Infatti se consideriamo un generico polinomio di grado n :

$$p(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k \quad \text{con } n \neq 0$$

troviamo

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} |P(x) - \cos x| = +\infty$$

Nel caso in cui fosse $n=0$ il polinomio si ridurrebbe ad una costante e, in questo caso si troverebbe:

$$|P(x) - \cos x| = |a_0 - \cos x|$$

Con $-1 \leq \cos x \leq 1$. Nemmeno in questo caso la relazione proposta sarebbe verificata.

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales