

Quesito 8

Data la funzione $f(x)$ definita in \mathbb{R} , $f(x) = e^x (2x + x^2)$, individuare la primitiva di $f(x)$ il cui grafico passa per il punto $(1, 2e)$.

Svolgimento

Troviamo le primitive della funzione data:

$$F(x) = \int e^x (2x + x^2) dx =$$

Integriamo per parti:

$$\begin{aligned} u &= 2x + x^2 & v &= e^x \\ du &= (2 + 2x) dx & dv &= e^x dx \end{aligned}$$

$$= (2x + x^2)e^x - \int e^x(2 + 2x) dx = (2x + x^2)e^x - 2 \int e^x - 2 \int xe^x =$$

Ancora per parti:

$$\begin{aligned} u &= x & v &= e^x \\ du &= dx & dv &= e^x dx \end{aligned}$$

$$= (2x + x^2)e^x - 2e^x - 2 \left[xe^x - \int e^x dx \right] =$$

$$= (2x + x^2)e^x - 2e^x - 2xe^x + 2e^x + C =$$

$$= 2xe^x + x^2e^x - 2e^x - 2xe^x + 2e^x + C = x^2e^x + C$$

Tra queste infinite primitive definite a meno di una costante determiniamo quella richiesta. Deve essere:

$$F(1) = 2e \rightarrow 1 \cdot e^1 + C = 2e \rightarrow e + C = 2e \rightarrow C = e$$

Primitiva cercata:

$$x^2e^x + e$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales