

Quesito 1

Definito E come:

$$E = \int_0^1 x e^x dx$$

Dimostrare che risulta:

$$\int_0^1 x^2 e^x dx = e - 2E$$

Ed esprimere

$$\int_0^1 x^3 e^x dx$$

In termini di e ed E.

Svolgimento

Consideriamo l'integrale:

$$\int_0^1 x^2 e^x dx$$

E integriamo per parti:

$$\begin{aligned} u &= x^2 & v &= e^x \\ du &= 2x dx & dv &= e^x dx \end{aligned}$$

$$\int_0^1 x^2 e^x dx = x^2 e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 x e^x dx =$$

Ma dal testo del problema:

$$E = \int_0^1 x e^x dx$$

Quindi:

$$= e - 2E$$

Consideriamo ora:

$$\int_0^1 x^3 e^x dx$$

Ed integriamo per parti:

$$\begin{aligned} u &= x^3 & v &= e^x \\ du &= 3x^2 dx & dv &= e^x dx \end{aligned}$$

$$\int_0^1 x^3 e^x dx = x^3 e^x \Big|_0^1 - 3 \int_0^1 x^2 e^x dx =$$

Ma abbiamo appena dimostrato che:

$$\int_0^1 x^2 e^x dx = e - 2E$$

Sostituendo:

$$= e - 3(e - 2E) = e - 3e + 6E = 6E - 2e$$

Quindi:

$$\int_0^1 x^3 e^x dx = 6E - 2e$$

Questo file può essere scaricato gratuitamente. Se pubblicato citare la fonte.

Matilde Consales